

第 1 1 章 対称・非対称どちらが安心・安全

作成 2005 年 9 月 23 日

最終修正 2005 年 9 月 23 日

本章は物体の形状や材質あるいは外力の負荷状態などが対称状態であるか否かによって物体に生ずる応力や変形状態がどのようになるかを問題形式で示したものです。棒の引張り圧縮、曲げ、ねじりの基礎（教科書 1～8 章）を修得した後でないと正確に解くことができないものが大部分ですが、実際問題においてここに示すような結果が生ずることを定性的にあるいは現象的に知っておきたいだけであれば予備知識のない状態で読んでも理解することはできます。ここでの予備知識を持った上で材料力学の理論を学ぶこともひとつの学習方法です。

なお、本章の問題も、材料はすべてフックの法則に従う弾性範囲内にあるものと考え、解答例では変形を誇張して示したものもありますが、通常の機械・構造物の使用状態と同様に変形も微小変形状態を考えています。

参考のためにそれぞれの問題を正確に解くために必要な知識を扱った教科書「よくわかる材料力学」の章、節あるいは式番号などを示しておきます。

また、有限要素法の解析も微小変形の下での解析であり、数値結果には要素をあまり細かくとっていないことから、誤差が最大で数%程度はあることを考慮してください。

本章では応力集中に関して特に配慮していません。角部や集中力負荷部における応力の増加の程度（色の変化）はあまり大きな意味をもちません。応力集中については改めて別の章で取り扱う予定です。

問題 11・1 図1、2のように、幅 20mm、長さ 50mm、厚さ 5mm の角棒①と幅 40mm、長さ 50mm、厚さ 5mm の角棒②を直列につないだ状態で上端を総計が 5kN となる等分布荷重で引張る。以下の問に答えよ。(1～4章の知識が必要)

- (a) 図1, 2いずれのほうが安全な状態か。
- (b) 軸方向(図の縦方向)の垂直応力の分布の概略を示しなさい。
- (c) それぞれの棒の中央部における表面 A、B、C、D 点に生ずる軸方向の垂直応力を求めよ。

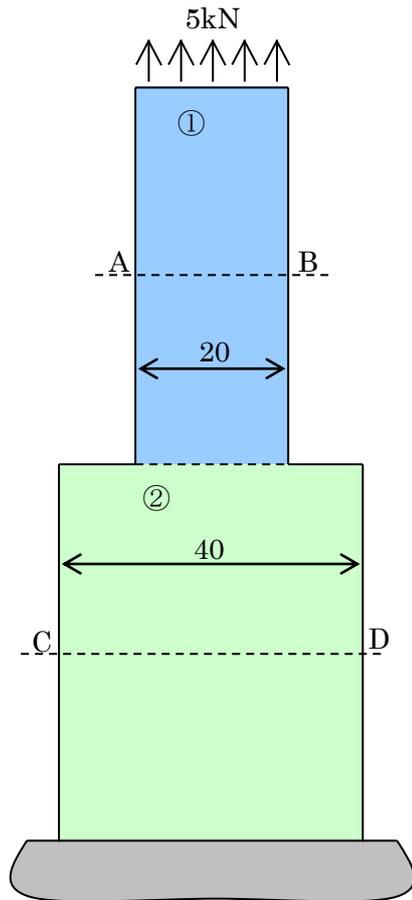


図 1

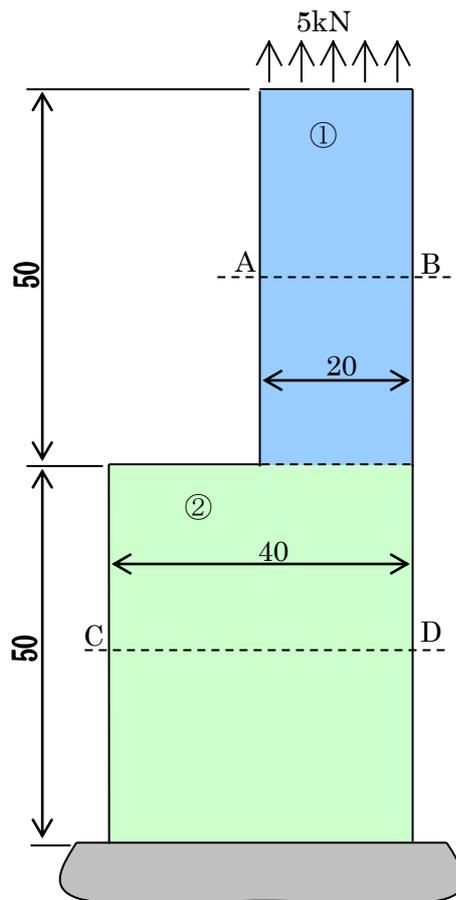


図 2

問題 1 1・2 図 1 は棒①（長さ 100mm、幅 20mm、厚さ 5mm）とその左右に対称にして 2 本の棒②（長さ 100mm、幅 10mm、厚さ 5mm）を並列にならべ、上下を剛体の棒で結合してある。図 2 は棒①、棒②ともに長さ 100mm、幅 20mm、厚さ 5mm であり、これらの上下を剛体の棒③で結合してある。下端を固定し、上端に総計 20kN となる等分布荷重を作用させる。棒①、②の縦弾性係数はそれぞれ 210GPa、70GPa であるとして、以下の間に答えよ。（1 章の知識が必要）

- (a) 図 1, 2 どちらのほうが安全か。
- (b) 図 1 の場合の棒①、②の長手方向の引張り応力を求めよ。

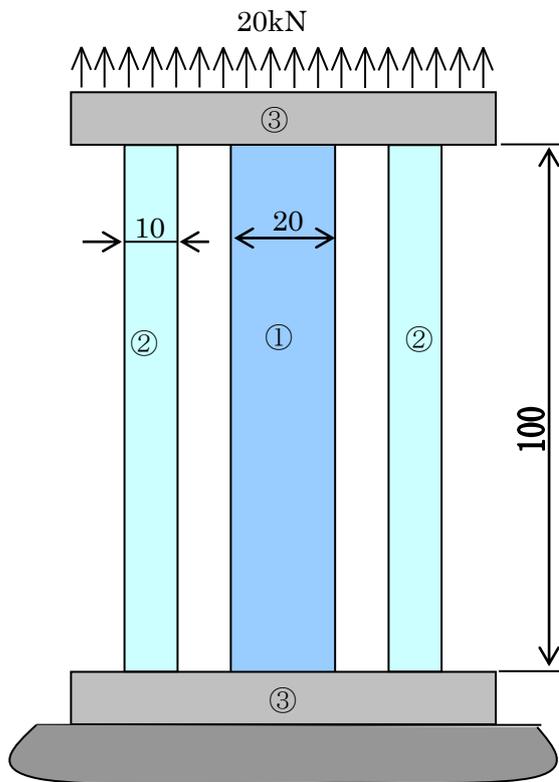


図 1

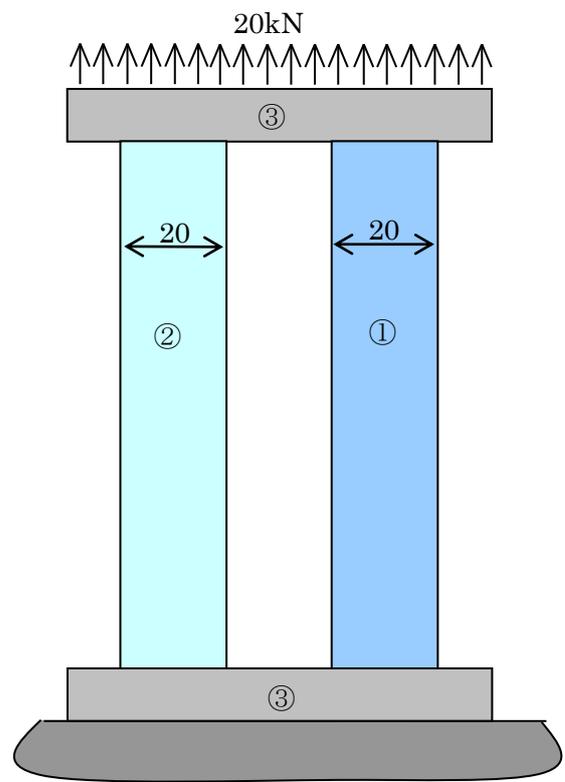


図 2

問題 1 1・3 図 1, 2 は 2 つの物体①、②を組み合わせ、引っ掛けた状態のものである。下端を固定し、上端を総計が 2kN となる等分布荷重で引張る。図 1 は左右対称形であり、図 2 は非対称である。以下の問に答えよ。なお、2 物体の材質は同じとする。

- (a) どちらの構造のほうが安全か。
- (b) B 部の横断面に生ずる引張り応力を求めよ。
- (c) A 部における横断面に生ずる引張り応力を求めよ。
- (d) C 部における横断面に生ずる引張り応力を求めよ。

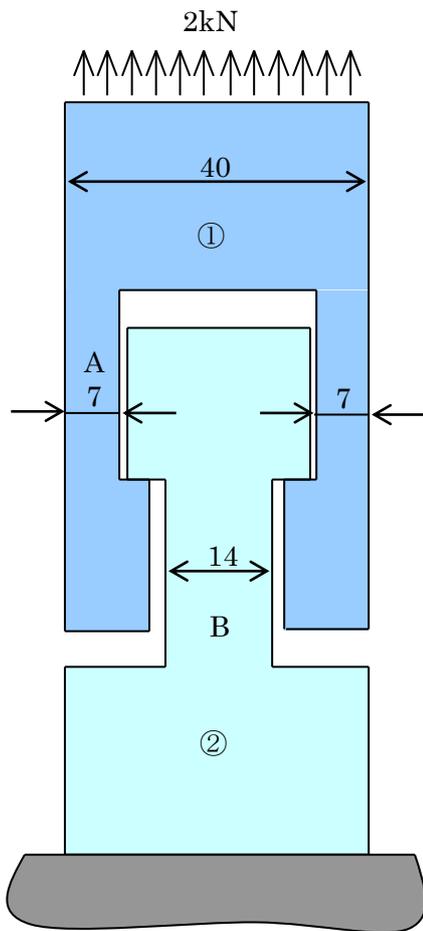


図 1

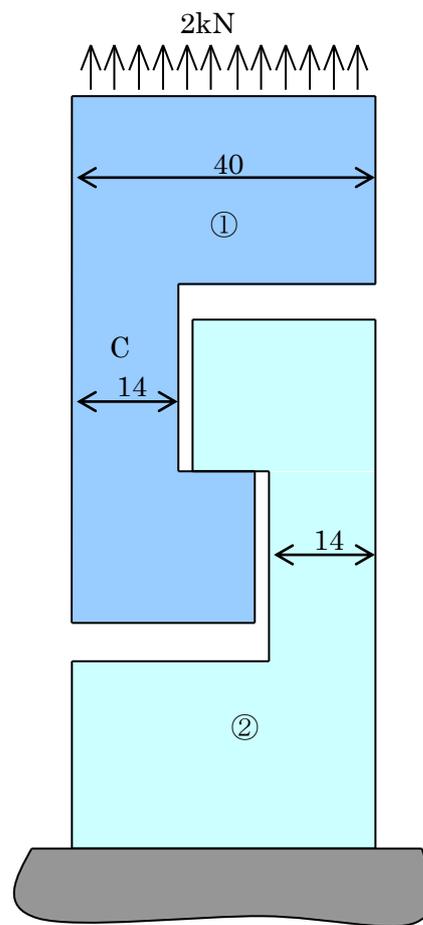


図 2

問題 1 1・4 図 1 は単純支持ばりの中央に集中荷重が作用しており、図 2 は左側からスパンの 8 分の 3 の位置に集中荷重が作用している。はりはいずれも全長 l が 1m、断面は高さ 50mm 幅 20mm の長方形とし、集中荷重 P は 5kN とする。

(3～5章の知識が必要)

- (a) どちらのりの方がより安全な状態か。
- (b) 図 1、2 それぞれの場合の最大曲げ応力の場所とその値を求めよ。

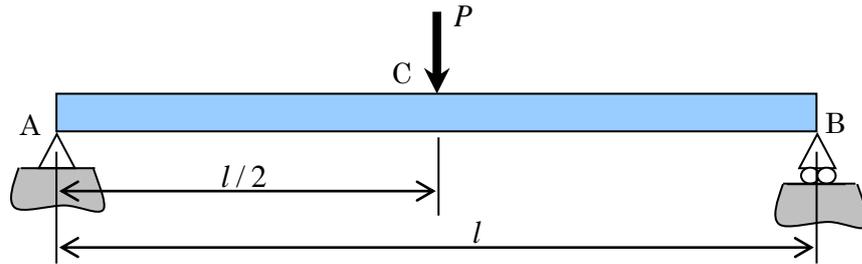


図 1

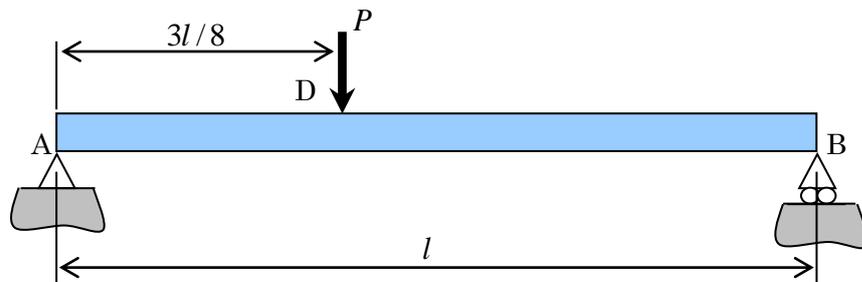


図 2

問題 11・5 図1は単純支持ばりの両端からそれぞれ $l/4$ の位置に集中荷重 P が対称形に作用している。図2は集中荷重間の距離は図1と等しく $l/2$ であるが、位置が全体に右側にずれた状態で作用している。はりはいずれも全長（スパン）が 1m 、断面は高さ 50mm 幅 20mm の長方形とし、集中荷重 P は 5kN とする。（3～5章の知識が必要）

- (a) どちらのりの方がより安全な状態か。
 (b) 図1、2それぞれの場合の最大曲げ応力の場所とその値を求めよ。

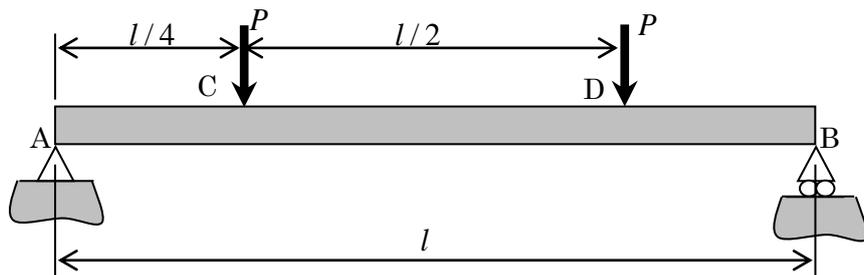


図1

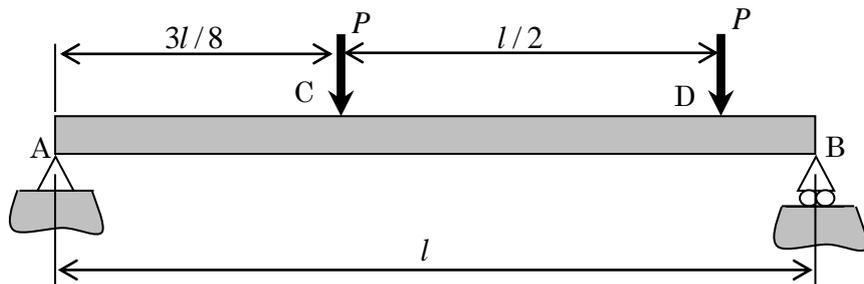


図2

問題 11・6 図1～3のように、断面積がほぼ等しい円形（直径 $d = 45\text{mm}$ ）、正方形（ $a = 40\text{mm}$ ）、長方形（ $b = 32\text{mm}$ 、 $h = 50\text{mm}$ ）の棒を同じトルク（ $T = 2\text{kNm}$ ）でねじった。以下の問に答えよ。教科書、式（7・15）、（7・34）参照

- (a) もっとも強度として安全な棒はどれか推測せよ。また、横断面に生じている最大主応力の分布状態を図中に示しなさい。
- (b) 円形断面の表面に生ずる最大せん断応力の場所と値を求めよ。
- (c) 正方形断面における最大せん断応力の場所と値を求めよ。
- (d) 長方形断面における最大せん断応力の場所と値を求めよ。

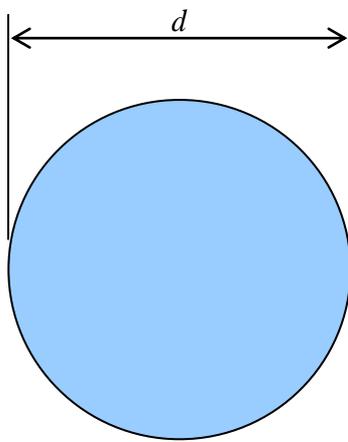


図1



図2

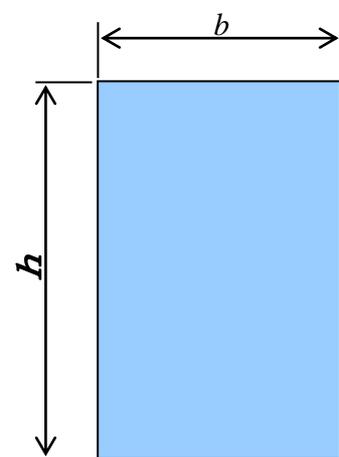
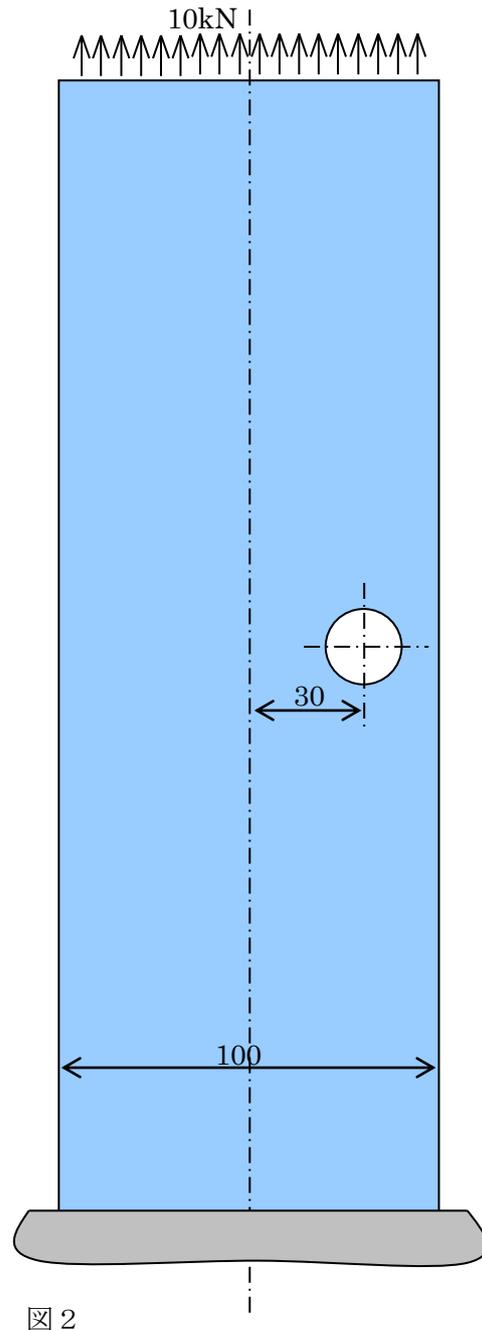
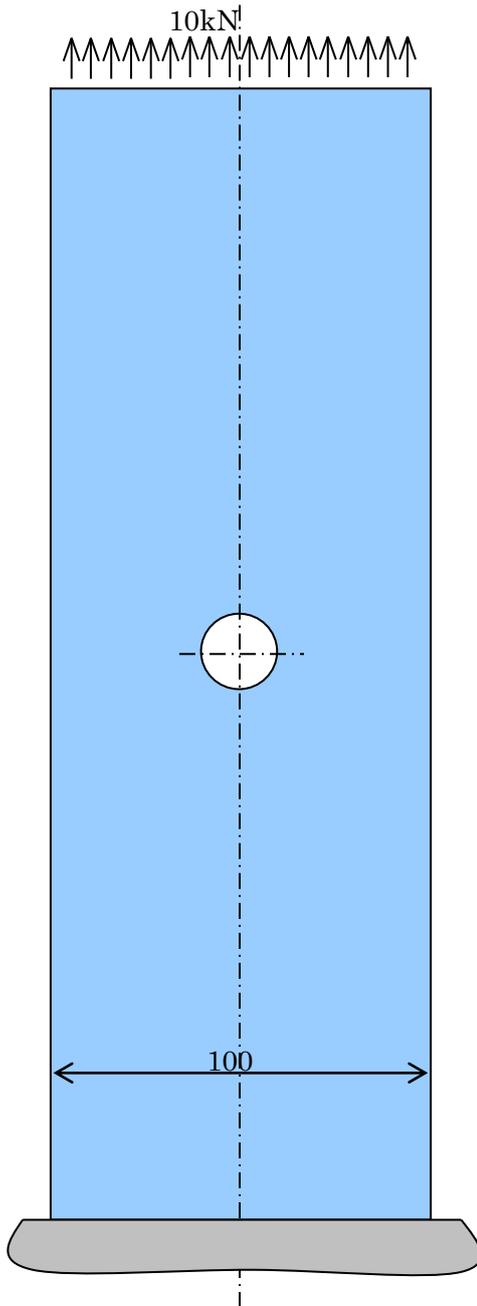


図3

問題 11・7 図1は長さ 300mm、幅 100mm、厚さ 1mm の板の中央に直径 20mm の円孔を開け、下端を固定し、上端に総計で 10kN の等分布荷重を作用させて引張る。図2は円孔を板の中央から右側に 30mm ずらせた状態であり、荷重負荷条件は図1と同じである。以下の問に答えよ。(1章の応力集中、8章の知識が必要)

- (a) 図1、2いずれのほうが安全な状態か。
- (b) 軸方向の垂直応力分布の概略を示しなさい。



問題 11・8 図1は長さ 300mm、幅 100mm、厚さ 1mm の板の中央部左右に直径 20mm の円孔を 2 つ開け、下端を固定し 上端に 総計 10kN の等分布荷重を作用させて引張る。図 2 は円孔が右側だけの場合であり、その他の条件は同じである。以下の問に答えよ。

(1 章の応力集中、8 章の知識が必要)

- (a) 図 1、2 いずれのほうが安全な状態か。
- (b) 軸方向の垂直応力分布の概略を示しなさい。

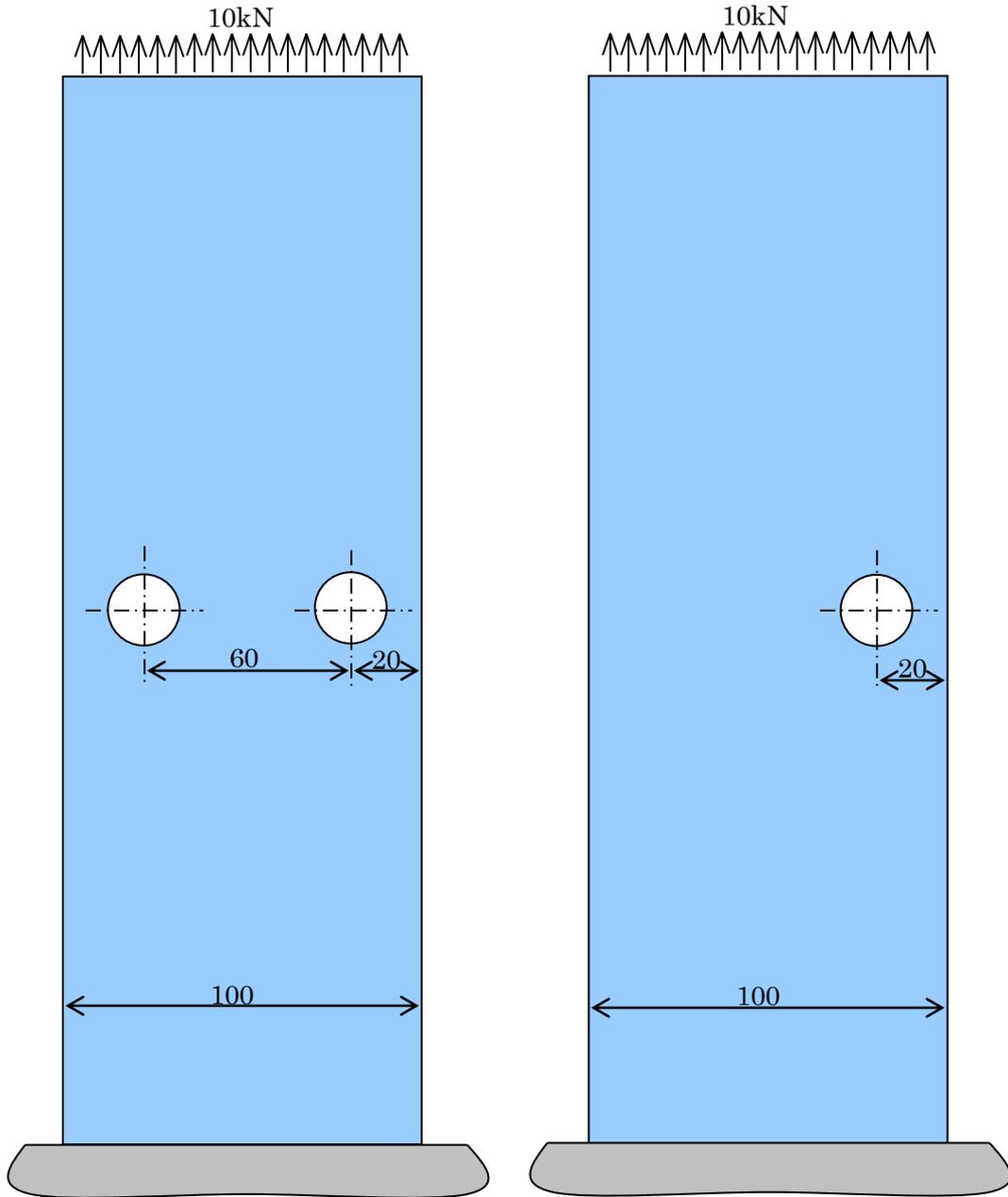


図 1

図 2

問題 1 1・9 図1は一辺が 100mm、厚さ 1mm の正方形板の中央に直径 20mm の円孔を開け、上下面に 1mm^2 当たり 100MPa なる引張りの分布力させて引張った場合であり、図2はさらに左右にも同じ大きさの分布力を作用させて引張った場合である。以下の間に答えよ。(1章の応力集中、8章の知識が必要)

- (a) どちらのほうが安全な状態か。
- (b) 最大の主応力の分布はそれぞれどのようなようになるか。分布状態を描きなさい。

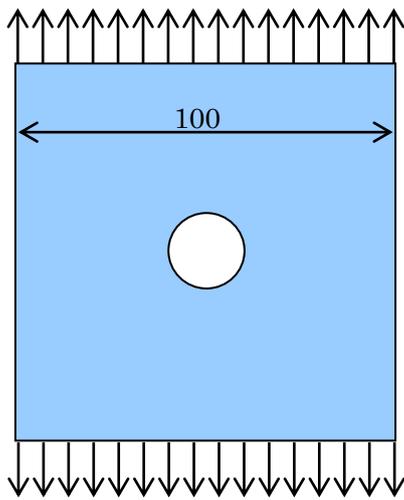


図 1

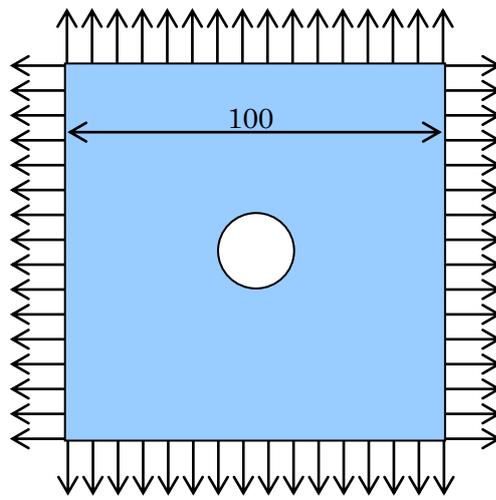


図 2