

第 27 話 力の作用位置がずれると 続編

2008 年 9 月 25 日 作成

萩原芳彦

第 25 話で棒の一部の除去の仕方によって応力分布がかなり異なることを説明した。また、第 26 話では力の作用位置がずれると、曲げ応力が生じ、単純に引っ張っているように見えても最大の引張り垂直応力はかなり上昇することを示した。ここでは、これらのまとめとして、棒に設けられた応力集中部における応力の変化を有限要素法解析により求めた例によって説明しておこう。実際問題で遭遇する場合の参考にしてみよう。

図 1(a),(b)のように、幅 $2h = 20 \text{ mm}$ 、長さ $l = 100 \text{ mm}$ 、板厚 $b = 1 \text{ mm}$ の板状の棒に半径 $r = 5 \text{ mm}$ の半円切欠が片側あるいは両側につけられている。この棒を力 $P = 2000 \text{ N}$ で引っ張った場合について検討してみよう。

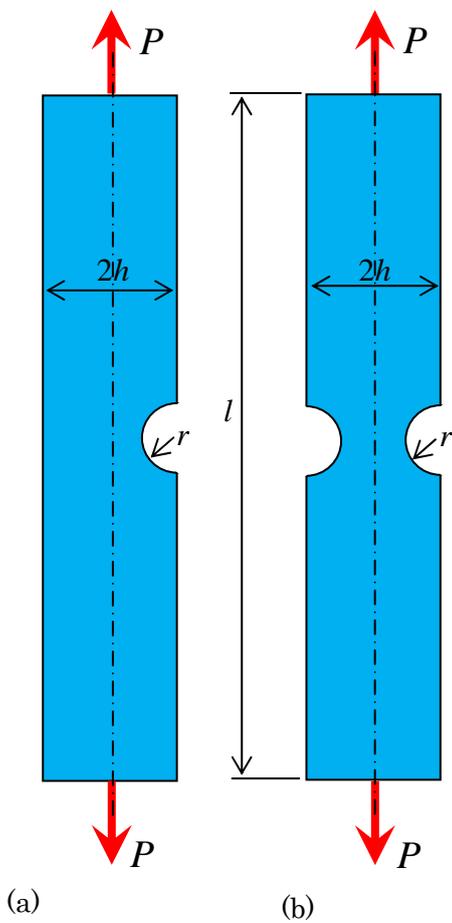


図 1

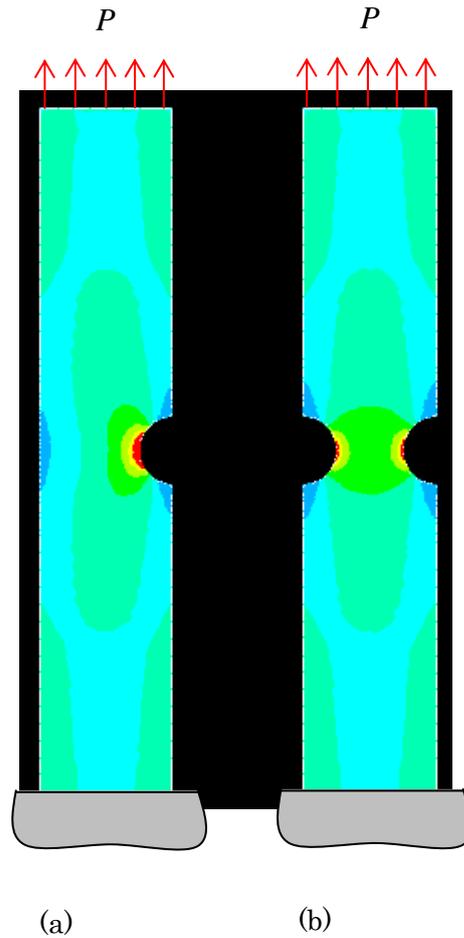


図 2

まず、図 2 はこの棒の有限要素法による 2 次元応力解析の結果である。図の解析では棒の下端を固定し、上端には集中力ではなく総和が 2000N になる等価な分布力を作用させており、半円切欠部近傍について検討する場合には**サンブナンの原理**（「よくわかる材料力学」、20 ページ参照）により図 1 の条件での解析結果と応力分布に違いは生じない。

図 2 において赤色の方が高い応力状態を示しており、図 2(a)の片側切欠の場合の方が図 2(b)の両側切欠の場合に比べて、切欠部の応力は高くなっていることがわかる。この例では切欠底の最大引張り応力は図 2(a)の場合が 437MPa であり、図 2(b)の場合は 325MPa となる。すなわち、切欠部の断面積は片側切欠の場合 15mm² であり、両側切欠の場合の 10mm² に比べて大きいにもかかわらず最大引張り応力は約 1.34 倍も高くなっている。なお、切欠以外の部分での平均の引張り垂直応力は図(a),(b)ともに 100MPa であり、図 2(a),(b)の色の状態を比較しても両者の応力分布は同じであることがわかる。また、切欠部の正味断面における平均応力、すなわち公称応力は図 2(a)の場合が 133MPa、図 2(b)の場合が 200MPa である。

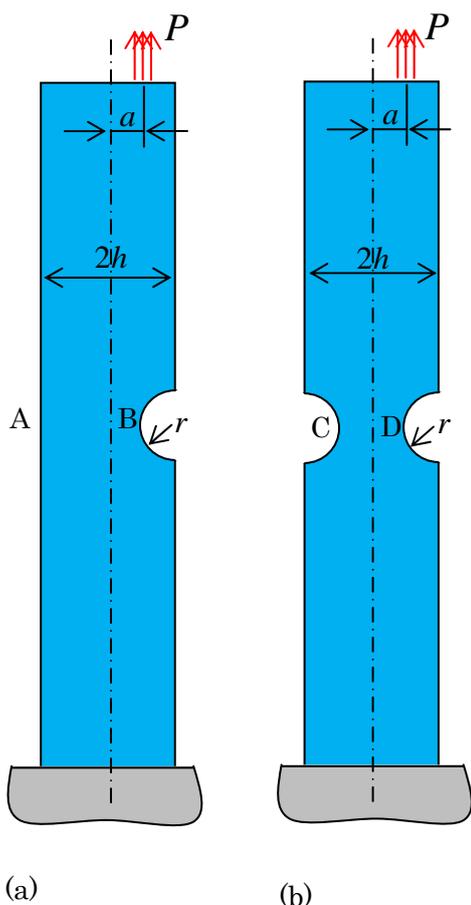


図 3

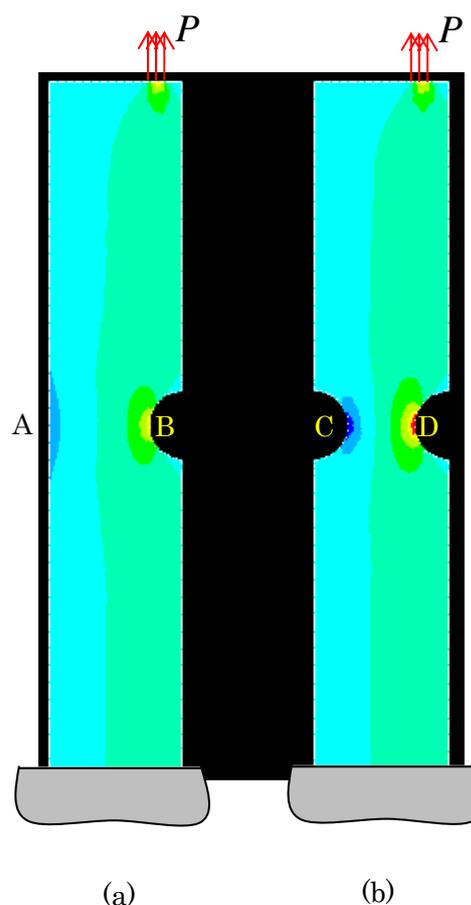


図 4

図2の例は第25話の図4における削除率 $a/h = 0.5$ に相当しており、その場合には片側削除の方が応力は1.33倍だけ高くなる。今回の解析結果もこれとほぼ等しい1.34倍となっており、半円状に切除しても第25話のように切除しても応力変化の割合は変わっていない。

このように、対称形に切欠を付けた方が断面積の減少量は大きいにもかかわらず、最大応力の増加を少なく抑えることができることがわかる。しかしながら、**対称形の方が手放しで安全であるとはいえない**。そのことを示す解析結果を以下に示そう。

影響が出るのは、図1の棒の上端に作用する力の作用位置が左右いずれかに偏り、力の作用状態が棒に対して対称性を持たなくなる場合である。 図3はその一例を示しており、図4は有限要素法による解析結果である。図からわかるように、力の作用位置を中心からずらしてある。この解析では負荷した外力の作用範囲は、中心から a だけずらせた位置を中心に棒の幅20mmの8分の1、すなわち2.5mmの範囲であり、この部分に図2と同じ2000Nの力を作用させている。

表1

外力偏心量 a [mm]	片側切欠		両側切欠	
	A[MPa]	B[MPa]	C[MPa]	D[MPa]
-8.75	443	-340	1735	-1085
-6.25	324	-118	1332	-682
-3.75	205	104	929	-280
-1.25	86	326	526	123
0.00	26	437	324	325
1.25	-33	548	123	526
3.75	-152	770	-280	929
6.25	-271	992	-683	1332
8.75	-390	1214	-1086	1735

表1は a を種々に変えた場合の図3、4のA,B,C,Dの点における応力を示したものである。表中では片側切欠と両側切欠の場合を比較し、最大応力が高い方を赤色で低い方を青色で示してある。この表からわかるように、力の作用位置が中央からずれる場合には、ほとんどの条件で片側だけ切欠を設けた方が応力の上昇は少ない。特に片側切欠の場合には切欠側とは逆側に偏心させると最大応力は減少することがわかる。

両側切欠の方が有利なのは偏心量 a が 0 付近から +1.25mm 程度までだけである。力の作用位置が使用中に変化するか否かはそこに生ずる応力に大きな影響をもたらすことがこの結果からもわかる。注意すべき点である。

なお、鋼の降伏応力や引張り強さはおおむね数百 MPa である。表中の値は、単に有限要素法により、フックの法則の成り立つ条件で弾性解析を行った結果であり、実際に上述のような条件で切欠付きの棒を引張った場合には材料は耐えることができず、降伏あるいは破壊してしまうであろう。このような状況で上記の条件の棒を使用するには負荷荷重をより低くしなければならない。第 7 話でも説明したとおり、応力集中は設計において十分注意しなければならない点であることもこれらの解析結果によって再確認してほしい。