

第9話 橋の上で一番危険なところはどこですか

2007年11月10日 作成

萩原芳彦

‘このはしわたるべからず’、のとんち話ではないが、あまり川幅の広くない川に図1のような橋 AB が架かっている。この橋を車が通過している。どの位置にきたときに橋にかかる負担は最大となるか。このような問題を出すと車の重心位置 G が AB の中点、すなわち橋の中央に来たときであると答える学生がかなりいる。しかし、これは間違いである。以下に説明しよう。

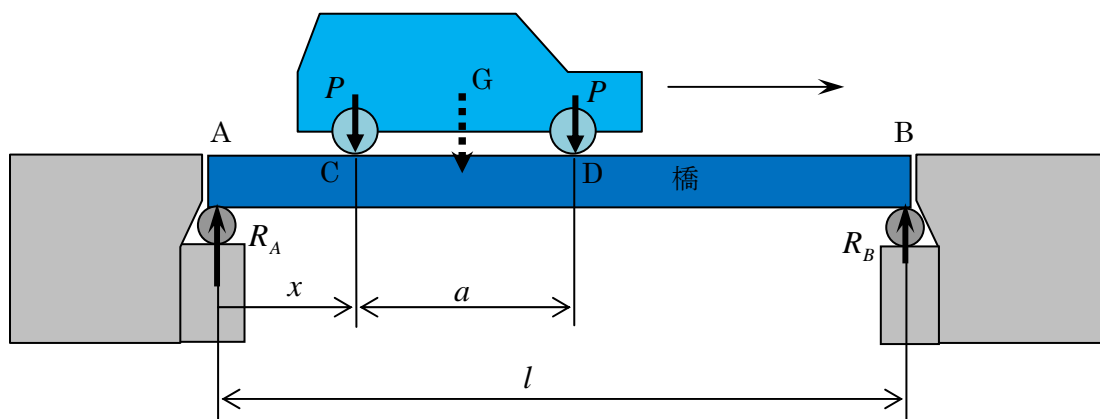


図1

図1は車の後輪が A より x の距離のところにあるときであり、簡単のため重心位置は前輪と後輪の中点位置とし、前輪および後輪から橋が受ける荷重をそれぞれ P とする（車の重量 $2P$ である）。

はりに集中力だけが作用している場合における曲げモーメントの分布は直線の折れ線分布となるので、いずれかの集中力（反力を含む）の作用位置において最大曲げモーメントが生ずる。その状況は、たとえば「よくわかる材料力学」、52 ページ、図 3・9 における分布力を零として考えれば理解できるであろう。

支点 A, B において橋が受ける反力を R_A 、 R_B とすれば、橋に作用する力及び力のモーメントのつりあいの式として、次式が求まる。

橋に作用する垂直方向の力のつりあい条件式

$$R_A + R_B - 2P = 0$$

橋に作用する力の B 点に関する力のモーメントのつりあい条件式

$$P(l-x) + P(l-x-a) - R_A l = 0$$

したがって、反力 R_A 、 R_B は

$$R_A = 2P - \frac{2x}{l}P - \frac{a}{l}P$$

$$R_B = \frac{2x}{l}P + \frac{a}{l}P$$

となる。

このことから、D点における曲げモーメントは

$$M_D = R_B(l-a-x) = \left[a - \frac{a^2}{l} + \left(2 - \frac{3a}{l} \right) x - \frac{2}{l} x^2 \right] P$$

となる。

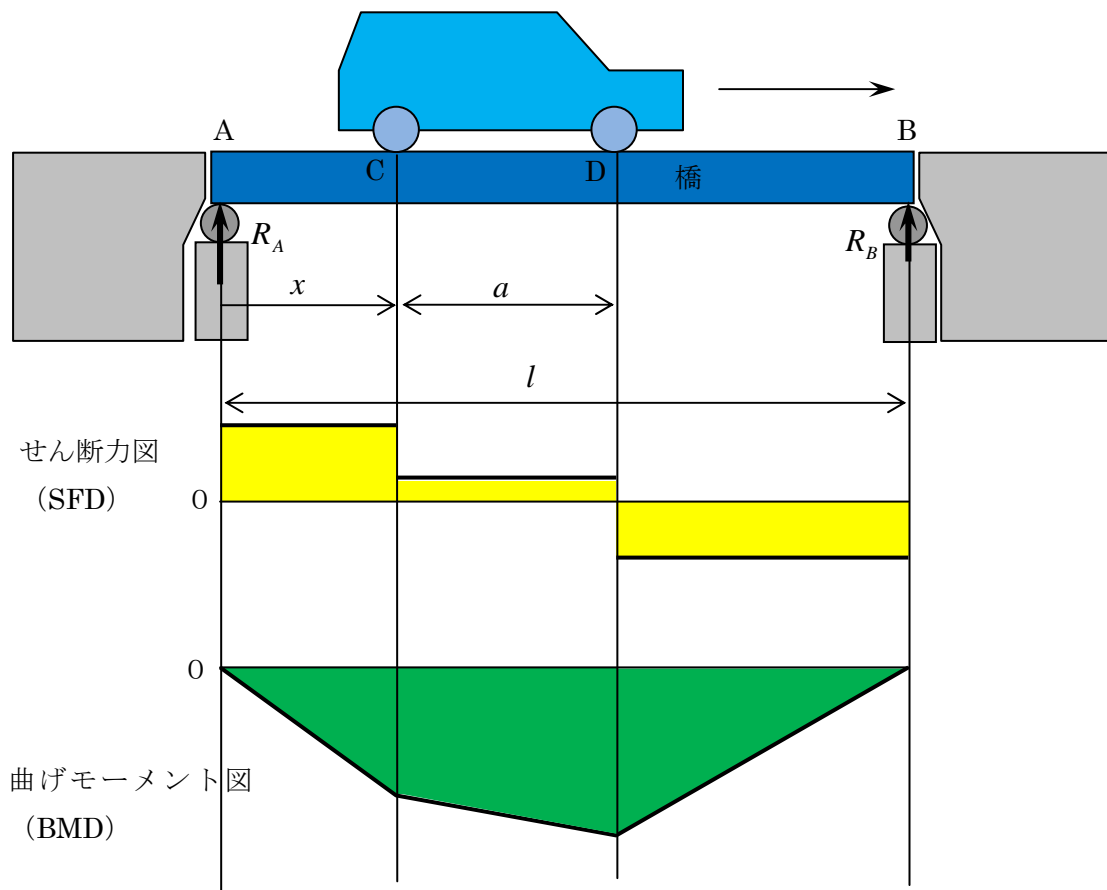


図2 せん断力、曲げモーメント図

この値が最大となるのは、 M_D を x で微分し、

$$\frac{dM_D}{dx} = \left(2 - \frac{3a}{l}\right) - \frac{4}{l}x = 0$$

から、

$$x = \frac{1}{2}l - \frac{3}{4}a$$

のときとなる。

すなわち、後輪が前後輪の間隔 a の 4 分の 3 だけ橋の中心より手前にあるとき、最大の曲げモーメントが前輪の位置に生ずることになる。このときの橋のせん断力と曲げモーメントは概略図 2 のようになる。

なお、この問題では重心が前後輪の中心にあるため、後輪が前後輪の間隔 a の 4 分の 1 だけ橋の中心より手前の位置にあるときも上記と同じ最大の曲げモーメントが後輪の位置に生ずる。

したがって、橋の断面形状がどこでも同じ場合には上記の位置に車があるとき曲げ応力も最大となり、一番危険である。このように、はりの上を荷重が移動する場合には曲げモーメントの最大値がその移動に伴って変化する。これらの詳しい解説は、鶴戸口英善、川田雄一、倉西正嗣共著、「材料力学」上巻（裳華房）などに記載されている。このように最大曲げモーメントは集中力の作用しているところにおいて生ずるが、はりの最大たわみは集中力の作用しているところになるとは限らない。また、はじめに川幅があまり広くないと書いたが、川幅が前後輪間距離に比べて十分大きい場合でも同じことである。

参考のために示すが、はりに作用する力が左右対称である場合（この問題では車の重心が橋の中心にある場合）、せん断力、曲げモーメントは図 3 のようになる。図からもわかるように、この条件では CD 間において、せん断力が零となり、また曲げモーメントは一定となる。したがって、このように 4 点に力を加える構造（4 点曲げ）とすれば、中央部分にせん断力の影響がなく、広範囲に曲げ応力が一定となる部分をつくることができる。理想化された条件での結果を得たい実験室での実験などではこの状態の構造として試験機が作られる。市販の回転曲げ疲労試験機はその一例である。

車の前後輪間隔をたとえば橋のスパンの 4 分の 1 として、車の重心が橋の中心にある場合、あるいは後輪が橋の中心から前後輪間隔の 4 分の 3 の位置にある場合などにおける最大曲げモーメントの値を計算してみれば、どれほどの違いが生じているかを知ることができる。また、前後輪を無視して車の重心位置で橋に車重がすべて掛かると仮定した場合

の曲げモーメントはどう変化するかなども考えてみればさらによいであろう。いろいろの条件で計算することではりの曲げモーメントの状況をより深く理解することができる。

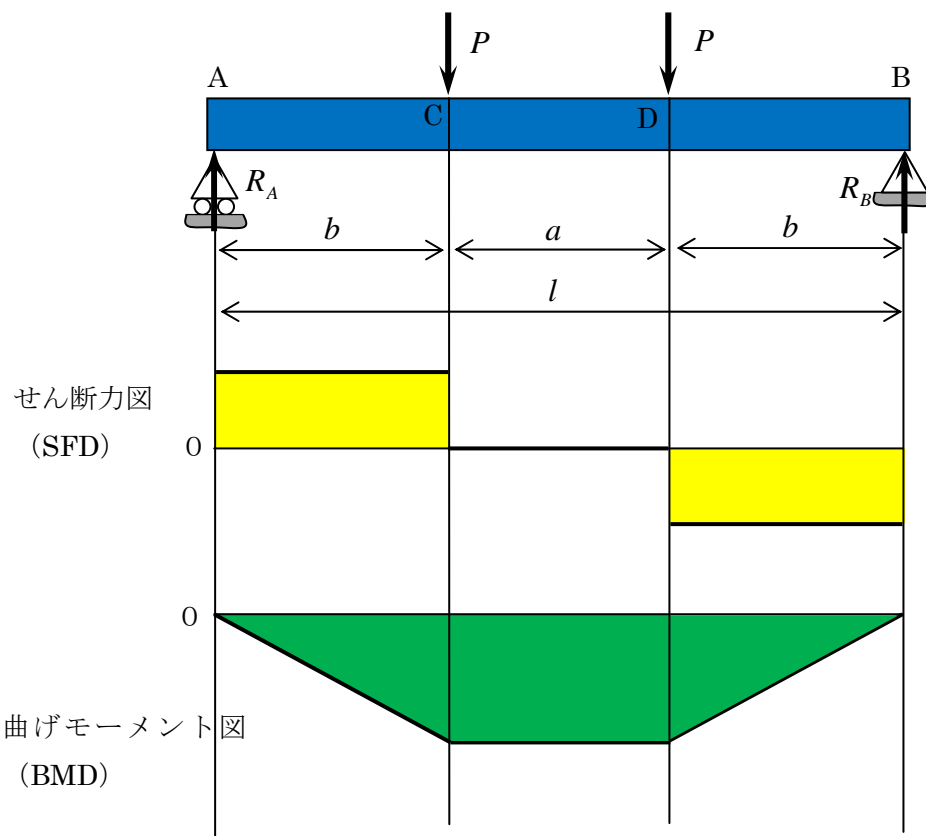


図3 せん断力、曲げモーメント図