

第 52 話 静定ばりと不静定ばりでは大違い

2010 年 4 月 15 日 作成

萩原芳彦

静定ばりと不静定ばりの支点反力や曲げ応力を求める場合の注意点については第 43, 44 話などでも示した。以下のことは読者自身で考えればすぐわかることではあるが、対称・非対称に関連させて追加説明をしておこう。

図 1 はスパン l の単純支持ばり AB の中央に集中力 P が作用している。断面形状を全長にわたり一様であるとすれば、はりの形状も力の作用条件も左右対称となる。また、このはりの支点反力は力ならびに力のモーメントのつり合い条件だけから求められるので**静定ばり**である。

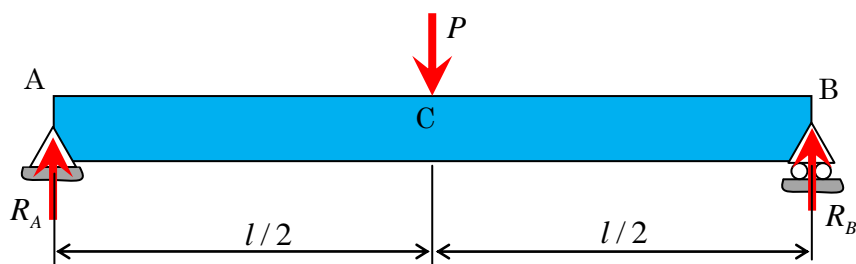


図 1

上記のことは、支点の種類から（教科書の 3 章参照）、反力は図のように仮定でき、力および力のモーメントのつり合い条件式から、

$$R_A + R_B - P = 0 \quad (\text{垂直方向の力のつり合い}) \quad (1)$$

$$\frac{Pl}{2} - R_A l = 0 \quad (\text{B 点周りの力のモーメントのつり合い}) \quad (2)$$

が得られ、

$$R_A = R_B = \frac{P}{2} \quad (3)$$

となり、静定ばりであることがわかる。

しかしながらこの問題では、はりの形状、支持状態ならびに力の作用状況の左右対称性から、慣れてくれば上記の計算をするまでもなく、暗黙のうちに式(3)の解を得ることもできる。さらに、静定ばりの場合、図 2 のように、はりの断面形状が一様でない、形状としては対称性が保たれていないときにも上記の結果は変わらず、左右の支点反力は等しくなることも式(1),(2)の導出過程を考えてみれば明らかである。

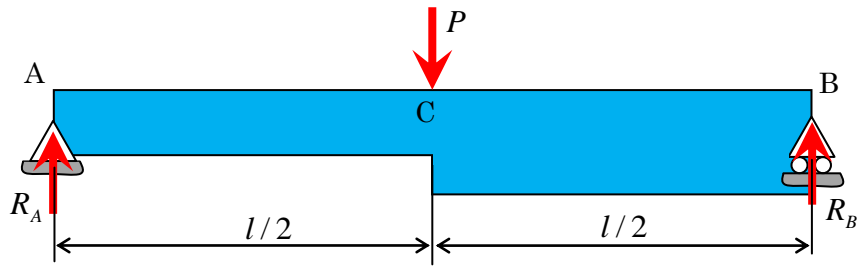


図 2

このことは静定ばりの場合にだけ言えることであり、不静定ばりでは異なることを図 3 の様な両端を固定した不静定ばりの中央に集中荷重が作用している場合を例にして説明しよう。図 3 の問題の解き方は教科書の 6 章、図 1 の問題の解法過程あるいは 9 章、例題 8 の解答過程とほぼ同じ手順で求めることができ、支点の反力、支持モーメントは、

$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$

$$M_A = M_B = \frac{Pl}{8}$$

となる。この結果からわかるように、 R_A と R_B は対称性から反力は垂直方向のつり合いを考え、等しくなるとみなし、図 1 の例と同じように、計算をするまでもなく明らかに $P/2$ であるとしてかまわないことになる。

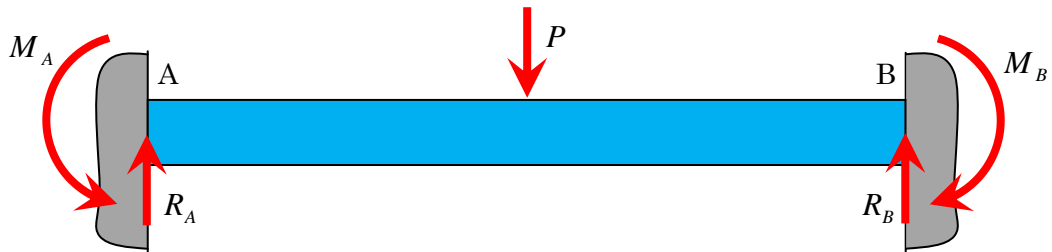


図 3

しかしながら、すべてのことを静定問題と同じように判断することは禁物であり、図 4 の場合は図 2 の場合と同様に力の作用点は中央であり、支持条件も左右同じであるが、左右の支点の反力 R_A と R_B は等しくはならず、言うまでもなく支持モーメントも等しくはない。

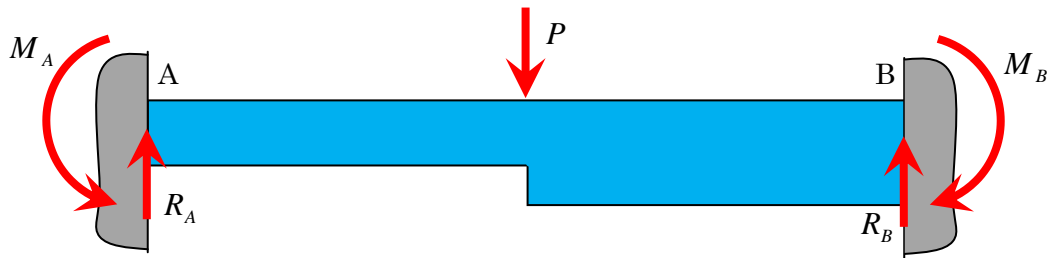


図 4

このことは、未知な支持反力や支持モーメントを、静定問題では力や力のモーメントのつり合い条件式だけを用いて求めることができるのに対して、不静定問題では物体の変形条件式も用いなければ求められないからである。なお、図 2 のように物体形状が左右対称でない静定問題の場合には変形状態は左右対称とはならないので、片側だけ変形問題を解いても全部解決したことにはならない。このように対称性を考えるときには何が対称であるのかに気を付けて問題を考えなければならない。一方、正しく解釈して問題解決に当たれば手間をかけずに簡単に解を得ることもできるのである。