

第 50 話 厚肉円筒の応力と円孔を有する板の応力

2008 年 12 月 17 日 作成

萩原芳彦

第 49 話では薄肉円筒と厚肉円筒の応力式の比較と適用限界などについて話したが、ここでは厚肉円筒の外径 $2r_2$ が内径 $2r_1$ に比べて十分大きくなると応力状態はどのようなようになるか検討してみよう。厚肉円筒の外半径 r_2 が内半径 r_1 に比べて十分大きく、外圧 p_2 だけが作用している場合の内表面、外表面に生ずる円筒の円周方向応力 σ_t は、教科書の式 (8・54) から、 $r_2 \gg r_1$ と考えることで、それぞれ以下のようなになる。

$$\sigma_t = -2p_2 \quad (\text{内表面}) \quad (1)$$

$$\sigma_t = -p_2 \quad (\text{外表面}) \quad (2)$$

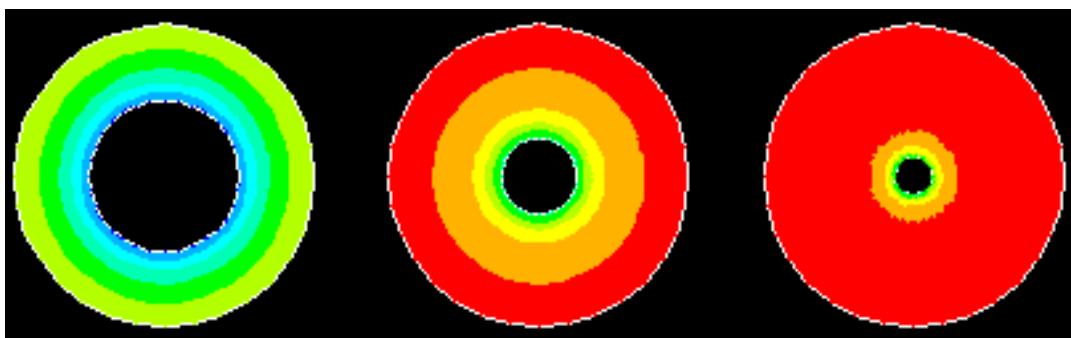
同様にして内表面、外表面の半径方向応力は

$$\sigma_r = 0 \quad (\text{内表面}) \quad (3)$$

$$\sigma_r = -p_2 \quad (\text{外表面}) \quad (4)$$

となる。

内外径を種々に変えた場合の応力状態は表計算ソフトを使って上述の式 (8・54) から知ることができるが、ここでは有限要素法解析による結果を可視化した図 1 を用いて説明する。この場合、外半径 $r_2 = 200 \text{ mm}$ とし、内半径 r_1 は 100 mm 、 50 mm ならびに 25 mm の 3 種類にとり、外圧 $p_2 = 5 \text{ MPa}$ だけを作用させたものであり、円周方向応力 σ_t の分布状態を示している。



(a) $r_1 = 100 \text{ mm}$

(b) $r_1 = 50 \text{ mm}$

(c) $r_1 = 25 \text{ mm}$

図 1 厚肉円筒に外圧が作用した時の円周方向応力

図 1 において、赤色が高い応力状態であり、黄色、青色になるに従い低い応力状態となることを示している。この形状と圧力条件の場合、教科書、式(8・54)による内半径 100 mm 、

50mm ならびに 25mm に対しての内表面の円周方向応力 σ_t は、それぞれ -13.3MPa 、 -10.7MPa 、 -10.2MPa なる圧縮応力となり、外表面における円周方向応力はそれぞれ、 -8.3MPa 、 -5.7MPa 、 -5.2MPa なる圧縮応力となる。図 1 の色分けされた分布からもこのことが分かる。この条件では高い応力である赤色部分でも圧縮の応力である。また、外径に比べて内径が小さい場合、外側部分はほとんど赤色で示されることからわかるように、外圧が作用している場合に応力が著しく変化するのは内表面から内半径の 2, 3 倍程度の範囲内であることがわかる。これらのことから圧力容器の厚さをあまり厚くしても強度の改善はそれほどなされないことを意味している。

図 1 は厚肉円筒の外径に一樣な圧力 p_2 が作用している場合であるが、一樣な圧力 p_2 が図 2 の様に負圧の場合の解析結果が図 3 である。すなわち、図 1 の場合の円筒外側の圧力を $p_2 = 5\text{MPa}$ から $p_2 = -5\text{MPa}$ に変えた解析結果である。負の圧力であるので、これによって円筒は膨らむことになり、円筒の円周方向には引張り応力（正の垂直応力）が生ずる。図 3 は円周方向応力 σ_t の分布を示しており、図 1 同様に内半径の 2, 3 倍の距離以上になるとほとんどの部分が青色となっており、応力にはほとんど変化が生じなくなることは図 1 の場合と同じである。

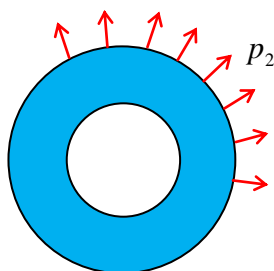
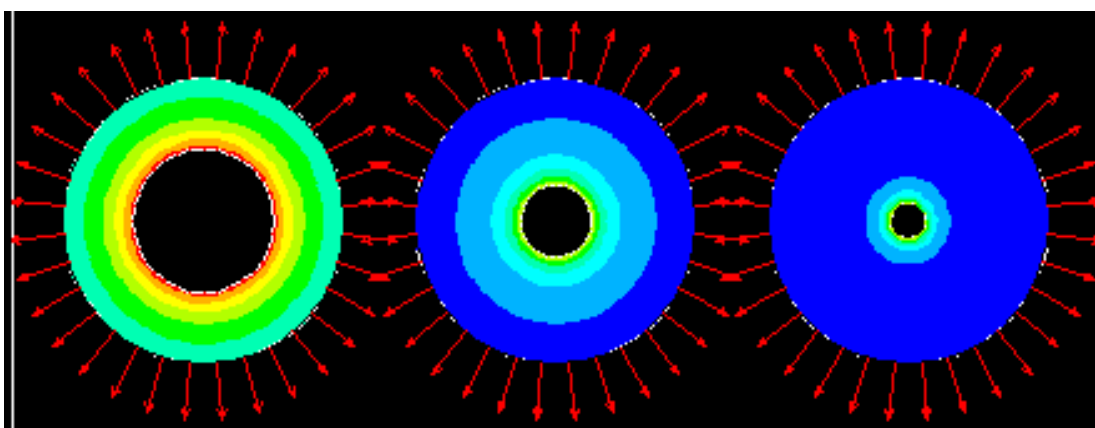


図 2



(a) $r_1 = 100\text{ mm}$

(b) $r_1 = 50\text{ mm}$

(c) $r_1 = 25\text{ mm}$

図 3 厚肉円筒に負の外圧（負圧）が作用した場合の円周方向応力

以上は円筒に外圧が作用した場合であるが、図 4 のように厚肉円筒の代わりに四角い板の中央に円孔が開いており、この物体に図に矢印で示すような分布力が作用している場合の最大の主応力分布の解析結果を示したものが図 5 である。加えている分布力は圧力表示で示せば図 2、3 の場合と同じ負圧の -5MPa である。図 3 と図 5 の応力分布の色分けは同じ条件であり、これらを比較すると、外側に加えられる圧力が半径方向であっても、直交する 2 方向であっても、図(b),(c)の様 に円孔が外形に比べて十分小さい場合には円孔周りの応力分布は図 3 と 5 において同じになることが分かる。

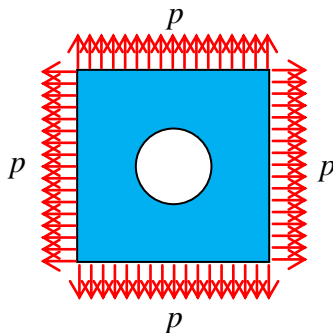
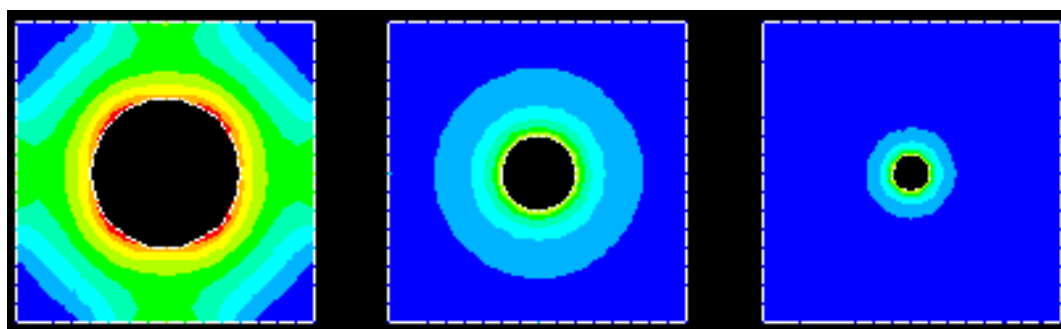


図 4



(a) $r_1 = 100\text{ mm}$

(b) $r_1 = 50\text{ mm}$

(c) $r_1 = 25\text{ mm}$

図 5 円孔を有する板を引っ張った場合の最大主応力分布

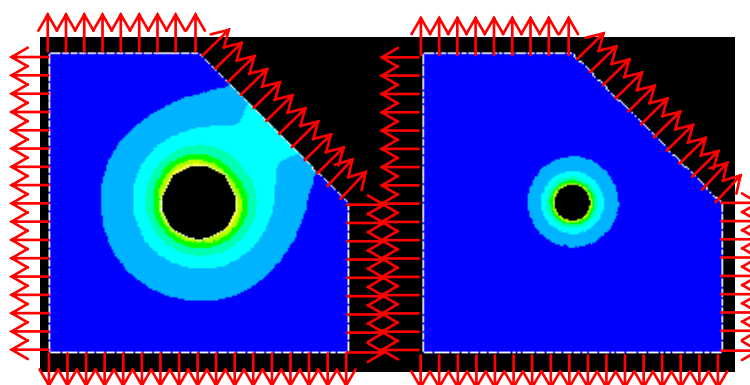


図 6

(b) $r_1 = 50\text{ mm}$

(c) $r_1 = 25\text{ mm}$

このことは図 6 に示すように、外形がより複雑な板の全方向に等しい引張り力を作用させた場合にも変わらない。記憶に留めておくとよいであろう。