

第 39 話 せん断力の影響はどれくらいあるのだろうか 続編

2009 年 5 月 21 日 作成

萩原芳彦

第 38 話において、はりにおけるせん断力の影響について説明し、曲げモーメントが低い値となる個所以外、はりの大部分の場所においてせん断力の影響は強度計算上非常に少ないことを示した。ここでは、前話で説明した片持ばりの自由端に集中荷重が作用している例において、曲げモーメントの影響と同じ程度にせん断力の影響が現れる、図 1 の A 点近傍を中心に、はりの応力状態について有限要素法による結果を示し、注意点を説明しよう。

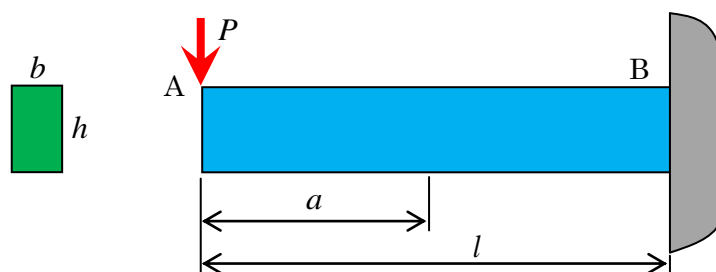


図 1

解析条件は第 38 話と同じであり、はりの断面形状が幅 $b = 20 \text{ mm}$ 、高さ $h = 50 \text{ mm}$ の長方形、スパンが $l = 500 \text{ mm}$ である片持ばりの自由端に集中荷重が作用している。荷重負荷の方法は、はりの自由端の上面に集中荷重 $P = 2000 \text{ N}$ が作用した場合、自由端の中立軸位置に集中荷重 $P = 2000 \text{ N}$ が作用した場合、自由端側面に長方形断面の場合のせん断力によるせん断応力の分布（教科書、式 (4・36)）である放物線状分布を近似させた荷重を 7 か所に作用させ、その総和が 2000 N となるようにした場合の 3 種類である。

図 2(a),(b)は上記の解析条件によって得られ、前話で示した解析結果である。図 2(a)は曲げ応力 σ_x の分布、図 2(b)はせん断応力 τ_{xy} の分布を示している。

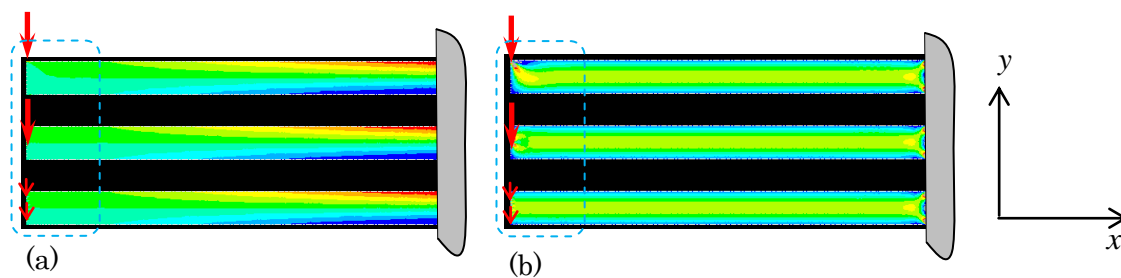
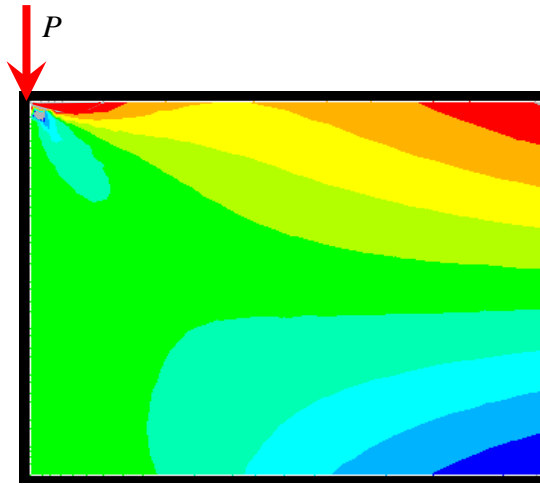
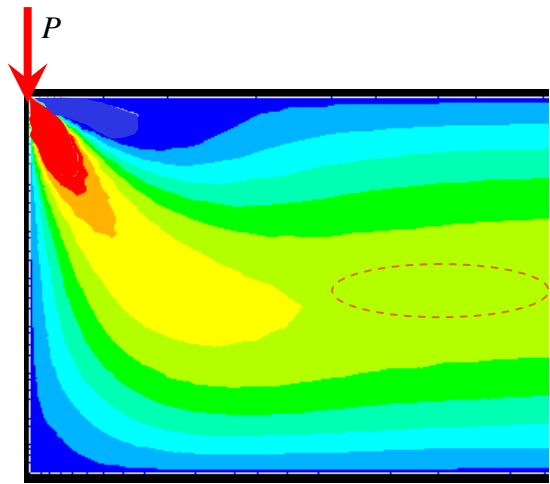


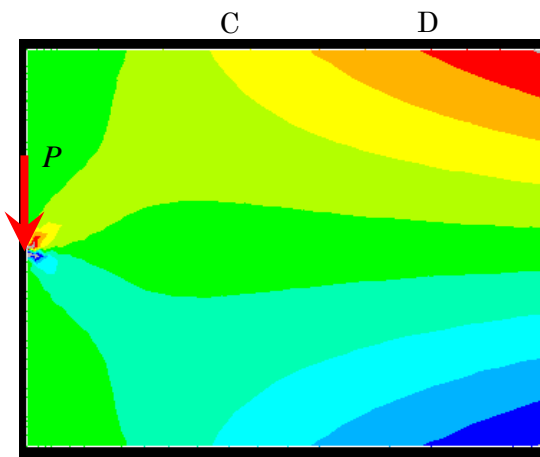
図 2



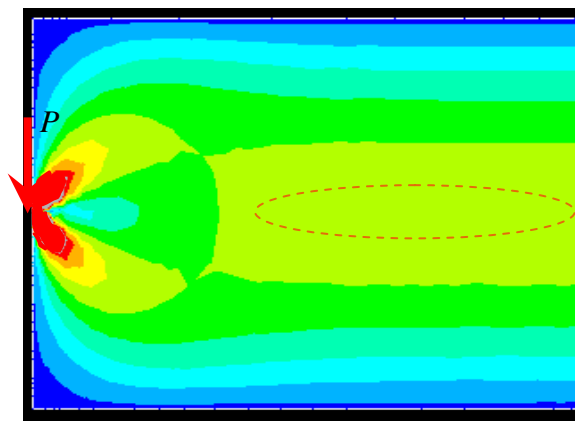
(a)



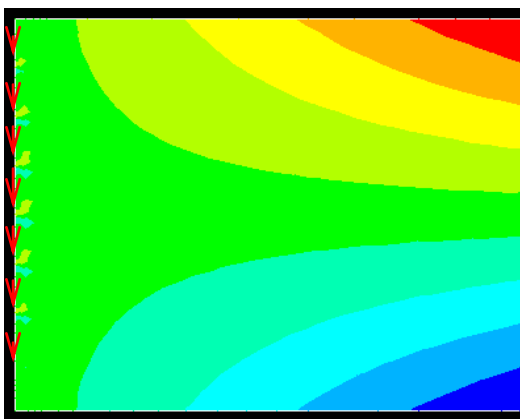
(b)



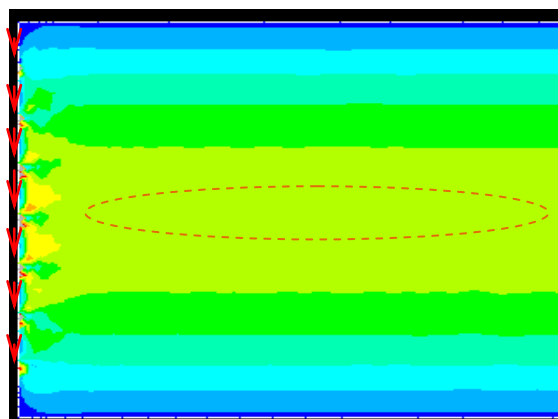
(c)



(d)



(e)



(f)

ここでは図 2 の荷重点近傍（点線で囲んだ部分）について検討するので、この部分を拡大して示したものが図 3 である。なお、図 3 では図 2 に比べて応力分布をさらに細かく色分けして示してあり、図 2 と 3 の同一色は同一応力を表しているわけではない。また、赤色が高い応力状態、黄色、青色の順に応力は低くなっており、図 3 の中で曲げ応力分布 (a),(c),(e)、せん断応力分布 (b),(d),(f) 同士では同一の色が同一の応力を表すが、曲げ応力とせん断応力の分布では同一色であっても異なる応力の大きさを表している。

曲げ応力の分布を示しているものの内、図(a)ははりの左上、荷重点近くで応力分布が乱れていることがわかる。しかし、ほんの僅か荷重点から遠ざかると図(a),(c),(e)の応力分布には大きな違いは見られなくなる。また、曲げモーメントの増加に比例してはりの上面に生ずる最大の曲げ応力も右側に行くに従い増加していることがわかる。さらに、この図のように荷重点にかなり近いところでも最大曲げ応力は教科書の式 (4・13) による値とほぼ同じとなることも確認できた。特に図(e)ではそのことが顕著である。

いずれにしてもはりの高さと同程度以上荷重点から離れば教科書に示したはりの曲げ応力の式 (4・13) を用いた結果が信用できることが確認できると共に、それより荷重点に近いところにおいても最大の曲げ応力は式 (4・13) からおおよそ見当を付けることができることも確認できる。

例えば、図 3(c)において、自由端からはりの高さ $h = 50 \text{ mm}$ の半分の 25 mm の位置でのはり上表面 C における有限要素法解析による軸方向垂直応力は 5.7 MPa であり、はりの曲げ応力の式から求めた結果、 6.0 MPa と 5% しか差がない。また、 50 mm の位置 D では誤差は 1% 以下となる。

図 3(b),(d),(f)は自由端 A、すなわち荷重点近傍のせん断応力 τ_{xy} の分布状況を示したものである。この問題の場合、せん断力ははり全長で一定であるので、せん断力によるせん断応力 τ_{xy} の分布もはりの全長にわたって変化しない。しかし、荷重点近傍では応力の乱れが生じ、図 3(b),(d)では一様な状態とはみなせない。一方、図(f)のように、外力をせん断応力の分布に近似させるとほぼ全範囲でせん断応力の分布が荷重点からの距離に関係なく同じ状態となることがわかる。

なお、図(b),(d),(f)中に点線で示したはりの中央部近傍のせん断応力は 3.0 MPa 程度となる。はり上表面の曲げ応力はこのあたりでの曲げモーメントが低くなることから 6.0 MPa

程度にまで下がり、せん断応力の値と同程度になっていることから、せん断力の影響を無視できないことがわかる。また、せん断応力の値は教科書の式(4・37)から得られる結果とほぼ一致していることも確認できた。なお、図(e),(f)の場合の荷重負荷方法をより厳密に放物線分布とすれば、はりの左端における応力の乱れもより少なくなり、弾性論によって得られる片持ばりの厳密解に一層近づくことになる。

このように、図3に示した領域ではせん断力によるせん断応力の影響がはりの内部では無視できないことになる。すなわち、このような個所では曲げモーメントによる垂直応力とせん断力によるせん断応力の組み合わせられた状態を考慮しなければならない。曲げモーメントだけによるはりの応力は**単軸状態**とみなしてよいが、このような個所ではそのようなことが成り立たなくなる。教科書、8章で述べる、「**組合せ応力**」の状況を考慮して応力計算をおこなわなければならない、また主応力の方向もはりの軸方向とずれることになる。

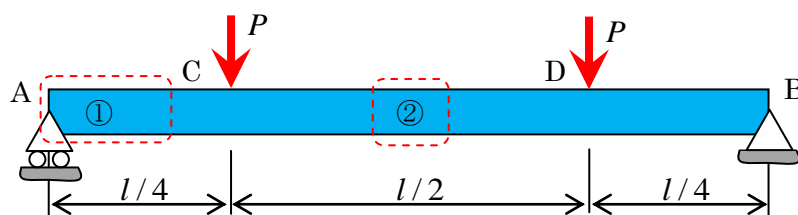


図4

図5は図4のような単純支持ばりに対称形に荷重が作用した場合の支点近く並びにはり中央における主応力の方向を矢印で示したものである。図5(a)に示すように、支点近く(図4の①の点線部分)では左の支点到近づくに従い主応力の方向を示す矢印ははりの上下表面近くでも斜めを向いており、支点から離れる右側では曲げモーメントの影響が強くなるためはりの上下表面近くでは矢印の方向が水平となっている。

図5(b)ははりの中央部分(図4の②の点線部分)での様子を示しており、CD間ではせん断力は零となるので、曲げモーメントによる応力しか存在せず、主応力の方向ははりの表面から内部に至るまで全範囲で軸方向を向いていることが矢印の向きからわかる。すなわち、この部分でははりを単軸応力状態とみなしてよく、図において垂直方向の矢印はいずれも零(表示されていない)であることが図からわかる。これに対して、図5(a)では矢印が斜めになっている部分が随所にみられ、矢印も直交する2つの矢印(白色と青色)から

なっていることがわかる。すなわち平面応力状態となっているわけであり、単軸応力状態ではない。このような場所での解析は教科書の 8 章「組合せ応力」の知識が必要となる。なお、図 5(a),(b)いずれの場合でも表面では主応力の方向は表面に平行になる。

