

## 第 38 話 せん断力の影響はどれくらいあるのだろうか

2009 年 5 月 7 日 作成

萩原芳彦

はりの強度計算に関係する量として、曲げモーメントとせん断力があるが、授業などではせん断力の影響は少ないとして、ほとんど曲げモーメントによる応力計算を中心にして授業が進められる。ここでは、実際にせん断力の影響はどのようになるのかを調べてみよう。

図 1 はスパン  $l$  の片持ばり AB の自由端 A に集中力  $P$  が作用している場合である。このときの応力状態について評価してみよう。なお、はり断面の高さ  $h$ 、幅  $b$  の長方形断面とする。

自由端から距離  $a$  における横断面での曲げ応力  $\sigma_b$  の分布は、曲げモーメント  $M$  が、

$$M = -Pa \quad (1)$$

であるので、教科書、式 (4・11) から、

$$\sigma_b = \frac{M}{I} y = -\frac{12Pa}{bh^3} y \quad (2)$$

となる。

$y$  は中立軸からの距離であり、下方向が正であるので、この場合にははりの上表面で引張りの最大垂直応力、下表面で圧縮の最大垂直応力を生じ、その間では応力は中立軸からの距離  $y$  に比例して変化する。**断面形状が長方形以外でもこのことは変わらないが、そのことが理解できず珍答案が続出することは第 13 話で話した通りである。**したがって、はりの強度計算において必要な量である、曲げモーメントによる最大の引張り垂直応力  $\sigma_{\max}$  は、長方形断面の場合、式(3)のようになる。

$$\sigma_{\max} = \frac{6Pa}{bh^2} \quad (3)$$

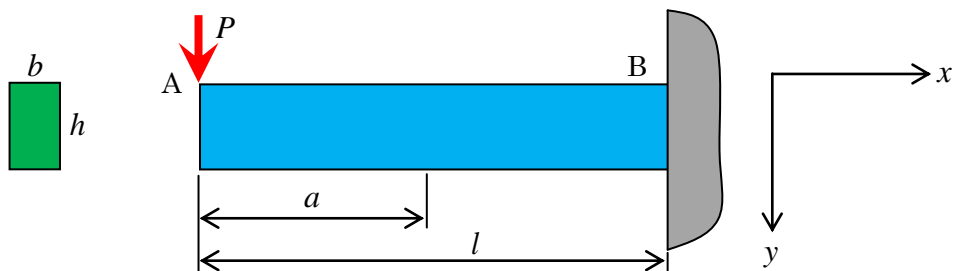


図 1

一方、はりに生ずるせん断力  $F$  は、この場合には自由端からの距離には無関係であり、はりの全長にわたり一定であり、 $a$  においても、 $F = -P$  となる。したがって、自由端から  $a$  における横断面での平均せん断応力  $\tau_{mean}$  は、横断面積が  $bh$  であるから、

$$\tau_{mean} = \frac{P}{bh} \quad (4)$$

となる（「よくわかる材料力学」、式（1・17）、（4・24））。式(3),(4)から、曲げモーメントによる最大の引張り応力  $\sigma_{max}$  とせん断力による平均のせん断応力  $\tau_{mean}$  の比は、

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{mean}} = \frac{6a}{h} \quad (5)$$

となる。また、断面形状が直径  $d$  の中実丸棒の場合には、

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{mean}} = \frac{8a}{d} \quad (6)$$

となる。

すなわち、 $a$  が  $h$  あるいは  $d$  などに比べて十分大きければせん断力によるせん断応力は曲げモーメントによる垂直応力に比べて大きさとして十分小さなものとなることがわかる。例えば式(5)の場合、荷重の作用点からの距離  $a$  がはりの高さ  $h$  と同程度離れると、せん断応力は垂直応力の 6 分の 1 となる。通常、はりと呼ばれるものははりの断面形状寸法に比べてはりの長さが十分大きいので、はりの大部分の個所ではせん断力の影響を無視して差し支えないことになるのである。なお、垂直応力は物体の伸縮、せん断応力は物体のずれ変形と言うようにそれらの果たす役割は違うことは改めて確認しておく必要はある。教科書、8章「組合せ応力」において出てくる事柄と合わせて理解すればよいであろう。

また、せん断応力の分布は実際には横断面上で一様ではなく（教科書 69 ページ以降および式（4・36）など参照）、はりの上下の表面で零となり、断面形状にもよるが、おおむねはりの中央部、すなわち曲げ応力が零ないし零に近い値となるところで最大値をとる。したがって、曲げ応力の絶対値が最大となるはりの上下表面ではせん断力の影響は全くないことになる。このことからもはりの場合にはせん断力の影響が少ないことが理解できるであろう。なお、種々断面形状の場合のせん断応力の分布の解析結果は、鶴戸口ほか共著、「材料力学」上巻、裳華房などを参照されるとよいであろう。このように、はりとみなせるような細長い棒状物体に曲げ作用が生じている場合には曲げモーメントの影響のみを考えればほぼ問題ないことになる。

図 2 はスパンが  $l = 500 \text{ mm}$  の片持ばりの自由端に集中荷重が作用した場合の 2 次元有限要素法解析結果である。断面形状は図 1 に示した長方形であり、幅  $b = 20 \text{ mm}$ 、高さ  $h = 50 \text{ mm}$  として計算している。荷重負荷の方法は 3 種類示してあり、図(a)ははりの自由

端の上面に集中荷重  $P = 2000\text{ N}$  が作用した場合、図(b)は自由端の中立軸位置に集中荷重  $P = 2000\text{ N}$  が作用した場合、図(c)は自由端側面に、長方形断面の場合のせん断力によるせん断応力の分布である教科書、式(4・36)に似せた放物線状に変化する荷重を作用させ、その総和が  $2000\text{ N}$  となるようにした場合である。

図2ははりの軸方向すなわち  $x$  軸方向の垂直応力(曲げ応力)の分布を示している。赤色が高い応力を、黄色、青色の順に応力は低くなることを表している。荷重点から離れるに従い、曲げ応力の絶対値は増加し、上側は引張り応力として、下側は圧縮応力として増加して行くことが確認できる。また、図(a),(b),(c)共に荷重点近傍を除いて同じ色の変化、すなわち同じ応力分布状態になっていることがわかり、第28話で説明したサンブナンの原理が成り立つことも確認できる。

また、図2の解析結果として得られるはりの表面における  $x$  軸方向垂直応力は、荷重点 A および固定端 B からはりの高さ  $h = 50\text{ mm}$  以上離れた個所においては式(3)から計算される値と比べて1%以下の誤差であることが確認できた。

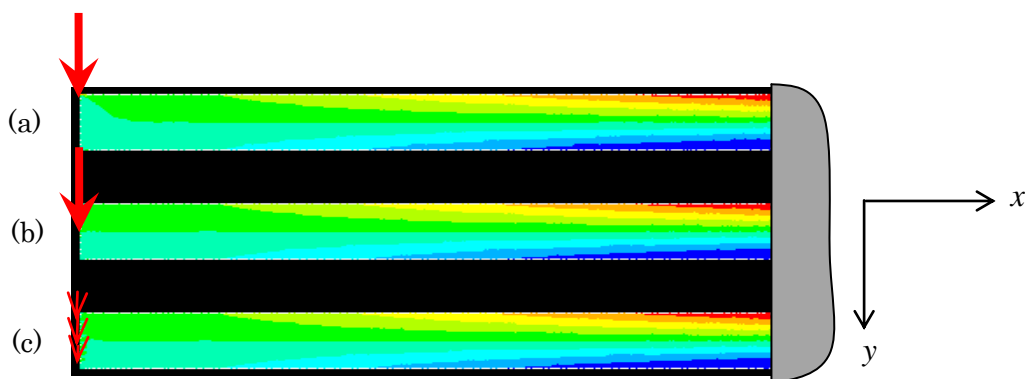


図2

図3は図2と同じはりにおけるせん断応力  $\tau_{xy}$  の分布を示しており、はりの中立軸近くで応力は高く、上下の表面では零となっている。荷重点や固定端近傍を除き、色の変化は同様であり、せん断力  $F$  がこの問題では荷重点からの距離に関係なく同様であることに対応している。また、はりの中立軸近くでのせん断応力は式(4)から導かれる値の約1.5倍であることも確認できる(教科書式(4・37)参照)。なお、念のため述べておくが、図2と図3の同一色は数値として同一の大きさの応力値を表すものではない。

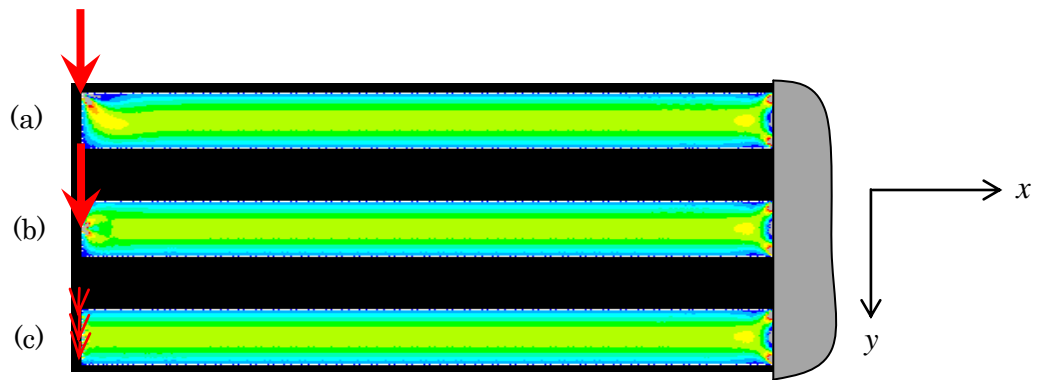


図 3

以上のように、はりの大部分の個所ではせん断力の影響は無視して差し支えないが、荷重点近傍での応力分布に対しては影響が出るので注意が必要である。この点については次回に話そう。