

## 第 26 話 力の作用位置がずれると

2008 年 9 月 18 日 作成

萩原芳彦

第 25 話で棒の一部の削除の仕方とその量によって最大応力が様々に変化することを示した。その際、削り取ることによって生ずる曲げモーメントの存在が大きいことを説明した。また、曲げモーメントは棒に作用する力の作用線の不一致によって起こることも示した。ここではその影響がどの程度になるか、一様な太さの棒について検討してみよう。

図 1 (a)は長さが $l$ である、幅 $2h$ 、奥行き $b$ の長方形断面棒の下端を固定し、上端に集中力 $P$ を棒の中心からややずらせて作用させている図である。図 1(b)は上述の棒の長方形断面を示したものである。なお、集中力の作用位置は断面の中心、すなわち長方形断面の図心から右に $a$ だけずれたところにあるものとしている。

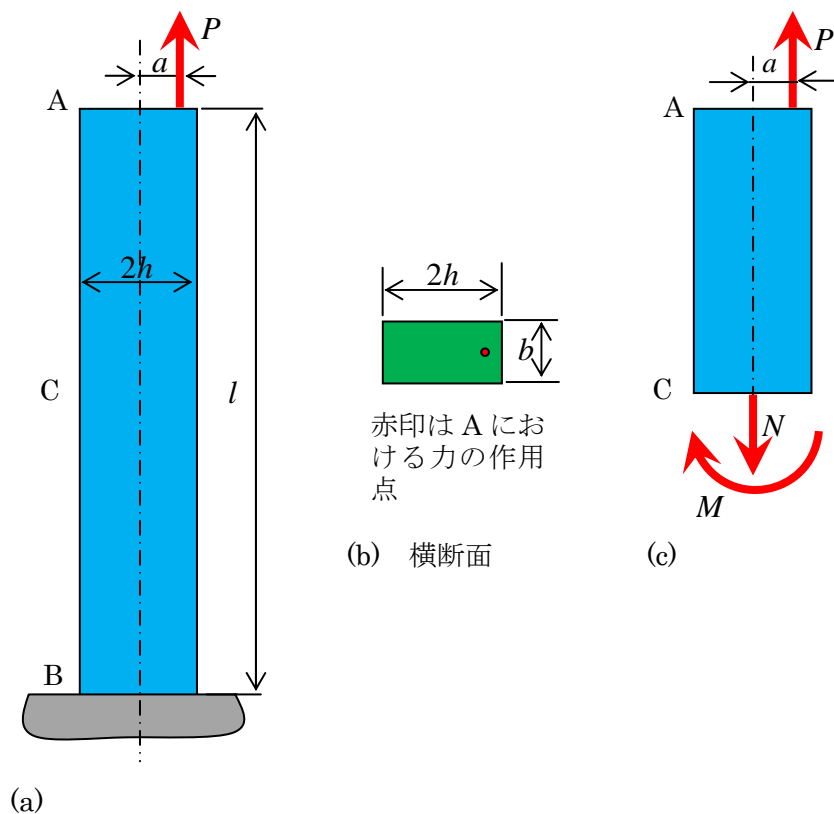


図 1

この棒に生ずる応力を求めよう。図 1 (e) は棒の自由端 A から任意の位置 C で棒を仮想的に切断し、その A 側（上側）部分を示したものである。C における横断面には、この部分に作用している力のつり合いを保つため、図に示すような内力  $N$  と内力モーメント  $M$  が存在することになる。これらのつり合い条件から、以下の式が得られる。

$$N = P \quad (\text{力のつり合い}) \quad (1)$$

$$M = Pa \quad (\text{力のモーメントのつり合い}) \quad (2)$$

したがって、内力  $N$  による垂直応力  $\sigma_0$  としてこの断面には一様に、

$$\sigma_0 = \frac{N}{A} = \frac{P}{2bh} \quad (3)$$

なる垂直応力が分布する（「よくわかる材料力学」、式（1・16）参照）。ここで、 $A$  は横断面積である。

また、内力モーメント  $M$  は棒に対しては曲げ作用として存在しているため、この断面には曲げ応力も分布する。その分布は、

$$\sigma_b = \frac{M}{I} y = \frac{3Pa}{2bh^3} y \quad (4)$$

で表わされる。ここで、 $I$  は断面 2 次モーメント、 $y$  は横断面の図心からの距離である（「よくわかる材料力学」、式（4・11）参照）。この式から、曲げモーメントによる最大曲げ応力  $\sigma_{b,\max}$  は  $y = h$ 、すなわち棒の表面において生じ、以下のようになる。

$$\sigma_{b,\max} = \frac{3Pa}{2bh^2} \quad (5)$$

これらの結果から、力の作用位置が中心、すなわち  $a = 0$  の場合には曲げ応力は生じないが、中心からずれると曲げ応力が生じ、その分だけ最大応力は増加することがわかる。図の場合には棒の右側表面において最大応力が生ずる。その増加割合  $R$  を、力が  $a = 0$  において作用した時を基準に示せば、

$$R = \frac{\sigma_0 + \sigma_{b,\max}}{\sigma_0} = 1 + \frac{3a}{h} \quad (6)$$

となる。

この結果から、 $a = h$  の場合には  $R = 4$  となり、力が棒の端に加えられた場合、中央に加えられた場合の 4 倍もの高い最大応力が生ずることになる。これは極端な例ではあるが、 $a = 0.1h$  程度であっても最大応力は 1.3 倍にも増加することは頭に留めておくといえよう。なお、ここでは長方形断面の棒を例に説明したが、当然のこと、他の断面形状の場

合にも同じ現象は生じる。ただし、最大応力が何倍になるかは形状によって変わる。円形断面棒などで計算してみるとよいであろう（「よくわかる材料力学」、演習問題 6・9 参照）。このようなことから、力の作用位置が変わるようなもの場合には**第 25 話の削除方法の良否も再検討する必要がある**のである。

上記のことは、力の作用点や固定端の近傍を除き、C が棒の全長のどの位置であっても変わらない。なお、棒が断面寸法に比べて非常に長い場合には力が作用したときに棒はしなり、曲げモーメントが低下したり、C の位置によって最大応力が変化することなどが生ずる。また、図 1(a)の場合において、B 端が回転支持である場合には上下の力の作用線が一致するように棒が回転し、曲げモーメントの影響がなくなる。このように、力の加え方や支持の仕方によって応力は微妙に変化するのである。

実際の機械構造物の組み立て時、あるいは使用時に力の作用位置にずれが起こらないように十分注意することは当然であるが、ずれが生じても強度上安全を保てるような設計を行うことも考える必要がある。**また、実験室における引張り試験などでは、試験片の取り付け時に、データの信頼性などを考え、固定方法に気を使うところでもある。**