

第 20 話 連続ばりが破壊するとき

2008 年 5 月 22 日 作成

萩原芳彦

図 1 のように支点が 3 つ以上あるはりを**連続ばり**と呼び、この問題は不静定問題である。解法がやや厄介であるため、設計演習の課題の中にこのようなはりがあると、図 2 のように 2 つに分離し、単純支持ばりとして解いてしまう学生が出てくる。しかしながら、この 2 つの状況は第 19 話の例と同様にかなり異なるのである。

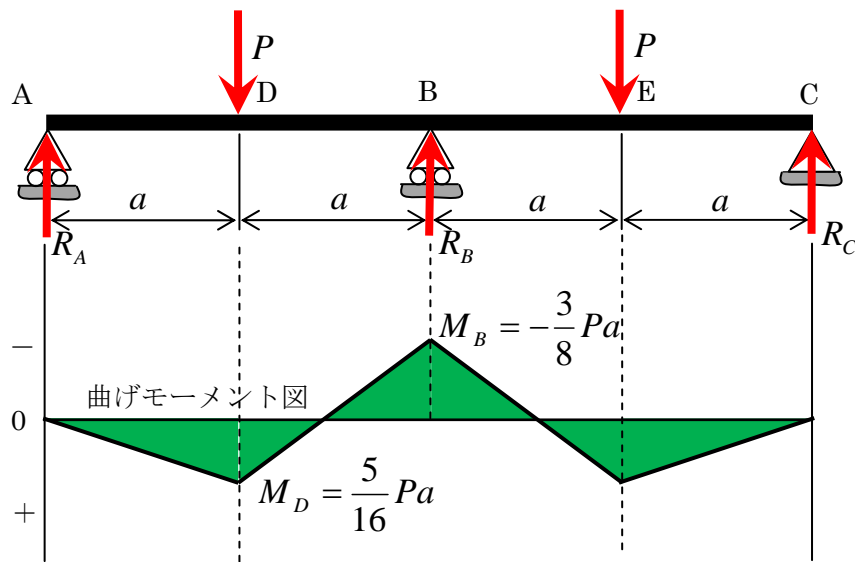


図 1

図 1 の連続ばりに生ずる支点反力や曲げモーメントを求める方法はいろいろあるが、連続ばりの隣り合う 3 支点における曲げモーメントの間には、**3モーメントの定理**と呼ばれる関係があるため、比較的容易にその値を求めることができる。その詳細は「よくわかる材料力学」6・2 節にあるので、ここではその結果だけを示す。

いま、図 1 の 3 支点 A、B、C における曲げモーメントを M_A 、 M_B 、 M_C とすると、3モーメントの定理を適用すれば、教科書の式 (6・28) から、

$$2aM_A + 8aM_B + 2aM_C = 6EI \left(-\frac{Pa^2}{4EI} - \frac{Pa^2}{4EI} \right) \quad (1)$$

となる。

図1の場合には、**支点A、Cにおけるはりに生ずる曲げモーメントは零**となるので、式(1)に $M_A = M_C = 0$ を代入し、

$$M_B = -\frac{3}{8}Pa \quad (2)$$

が求められる。

次に、3 支点 A、B、C における支点反力を図1のように R_A 、 R_B 、 R_C とすれば、B におけるはりの曲げモーメント M_B は、第17話でも説明したように、B の左右いずれか片側に作用している外力から求められ、以下の式のようなになる。

$$M_B = 2aR_A - aP \quad (3)$$

$$M_B = 2aR_C - aP \quad (4)$$

ここで、 M_B は式(2)で求められているので、これらの式から R_A 、 R_C が求まり、

$$R_A = R_C = \frac{5}{16}P \quad (5)$$

となる。

また、はりに作用している力のつり合い条件として、

$$R_A + R_B + R_C - 2p = 0 \quad (6)$$

が成り立つので、 R_B は、

$$R_B = \frac{11}{8}P \quad (7)$$

となる。

図1にはこれらの結果をもとにして求めた曲げモーメント図も示してあり、荷重点 D、E における曲げモーメント M_D 、 M_E は以下のようなになる。

$$M_D = M_E = \frac{5}{16}Pa \quad (8)$$

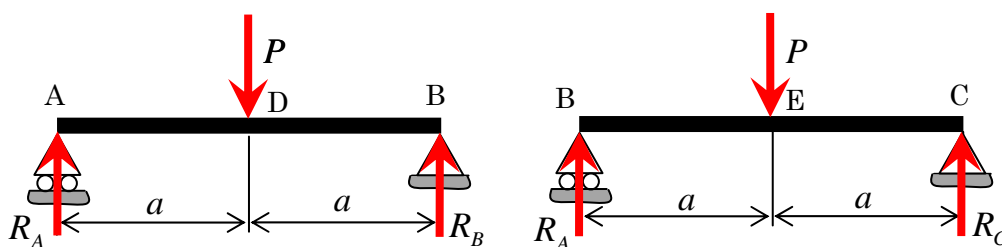


図2

これに対して、図 2 に示す様に、図 1 の連続ばりを分離して 2 つの単純支持ばりとした場合、すでに第 19 話に示したように、支点反力 R_A 、 R_B は以下ようになる。

$$R_A = R_B = \frac{P}{2} \quad (9)$$

また、曲げモーメントは荷重 P の作用位置である D、E において最大となり、その値は、

$$M_C = M_D = \frac{1}{2}Pa \quad (10)$$

となる。

これらの結果からわかるように、連続ばりにした場合の方が曲げモーメントの絶対値の最大値は単純支持ばりの場合に比べて小さいことが分かる。この場合、連続ばりの最大曲げモーメント (式(2)) は B において生じ、単純支持ばりの場合に D、E において生ずる値 (式(10)) の 4 分の 3 の値になり、軽量化が図れることになる。ただし、連続ばりの支点 B における反力は式(7)のようになり、式(9)に示す単純支持ばりの支点反力の 2.75 倍になり、支点の強度を強化する必要がある。ただし、単純支持ばりの連続である場合、支点 B では左右のはりからの反力を同時に受けるので、実際は連続ばりの場合の 1.375 倍の力を支点 B は受けることになる。

図 3(a),(b)は、はりの断面形状が同じ条件である場合の図 1、2 のはりの有限要素法解析結果である。連続ばりの方が同じ荷重がかかっている場合、低い応力状態 (赤色の方が応力は高い) であり、たわみも少ないことが分かる。図 3(a)の連続ばりの場合には最大曲げ応力は B の上側表面で生ずる。連続ばりが B において破壊した場合、図 3(b)の状態となるが、その時 D、E 部の応力も上昇し、図 3(b)の状態となるため、設計条件によっては一か所の破壊で全体が連鎖して壊れることになり、そのような場合には**フェールセーフ設計**とはならない。

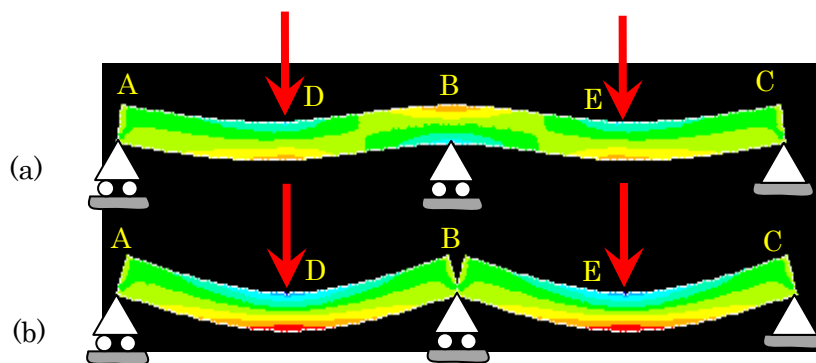


図 3