

第 16 話 ニュートンの第 3 法則を軽く考えていませんか

2008 年 3 月 26 日 作成

萩原芳彦

第 12 話におけるニュートンの第 1 法則（慣性の法則）に関連して、力とは、‘物体に作用し、その運動状態や形を変える原因となる働き’であることを示し、その内の運動状態を変える働きについてのみ説明した。ここでは、力のもう一つの働きである‘**物体の形を変える働き**’とニュートンの第 3 法則（**作用・反作用の法則**）について話そう。

作用・反作用の法則は、‘**2 つの物体間に働く力は同一作用線上に作用し、大きさ等しく向きが逆である一対の力となる**’としている。ここで重要なことは、2 つの物体とは何であるかを正しく認識することである。結論を先に述べれば、2 つの物体とは必ずしも明確に目で見てわかるような異なる 2 つを指すとは限らないということである。むしろ、材料力学は、‘**目で見て明確に分離可能ではない 1 つの物体を 2 つに分け、その時の作用・反作用の一対の力（内力）を考えることから始まる**’と言っても言い過ぎではないのである。

また、慣性の法則の説明の中にある、‘**物体に力が作用していない状態**’であっても、物体内部には作用・反作用の関係にある一組の力である‘**内力**’が存在し得ることは第 12 話

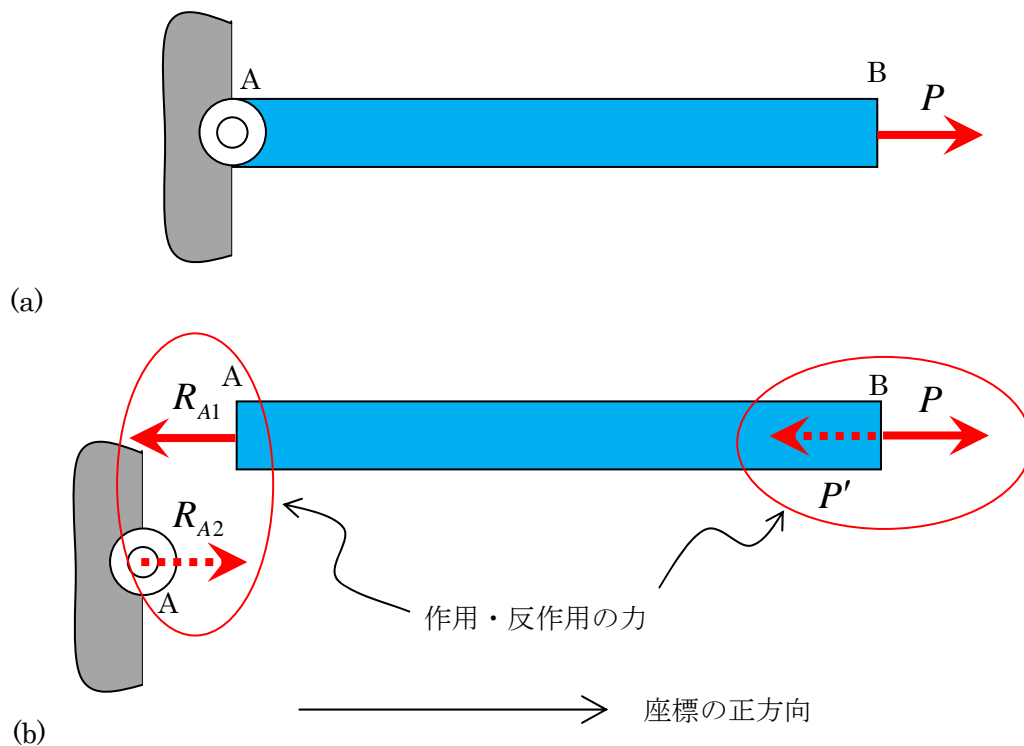


図 1 作用・反作用の法則

でも説明した。**物体の変形はこの内力に応じて生ずる**のである。なお、**つり合い状態**は、慣性の法則の説明の中に出てくる、‘物体に力が作用していない状態’を表しており、初等材料力学で扱う基本の力学状態でもある。

材料力学において登場する**応力**や**ひずみ**は上述の**内力**と密接に関係するものであり、その意味では、外部から作用する**外力**は間接的なものと言うことができる。このことを正しく認識することにより、応力とは何であるかが明確となる。また、どのような力によって物体の変形が起こるのかも正しく理解でき、第 1,2,5 話などに述べた、初学者の誤解や誤った式の導出を防ぐことができるのである。

以上のことを、具体例を用いて説明しよう。まず、目で見ても明確に異なる 2 つの物体を例に、作用・反作用の法則を説明しよう。図 1a のように、棒が左端を支点 A によって壁で支えられており、棒の右端 B には図のように右向き**の外力** P が加えられている。例えば P は手で引っ張っているときの力と考えてもよい。この場合、‘棒’と‘支点（それに続く壁なども含む）’という明らかに目で見ても区別できる 2 つの物体が A において接している。このときの力の状態の‘**一例**’を示したものが図 1b である。ここで一例としたのは後述の図 2 などの例もあるからである。なお、簡単に考えるため、棒の自重は無視している。

図 1b において、実線の矢印を用いて示した力 P 、 R_{A1} は、棒にとって、**外部から作用している力**、すなわち**外力**である。これに対して、点線で示した力 P' 、 R_{A2} はそれぞれ P 、 R_{A1} の作用に対応して棒が**外部に及ぼす力**である。また、 R_{A2} は A における支点が棒から受ける外力、 P' は棒を引っ張っている手が B において棒から受ける**外力**と考えてよい。

ここで、 R_{A1} と R_{A2} は大きさ等しく向きが逆の力となり、正負の符号も含めて式で示せば

$$R_{A1} + R_{A2} = 0$$

が成り立つとするのが**作用・反作用の法則**である。 P と P' も作用・反作用の関係にあり、

$$P + P' = 0$$

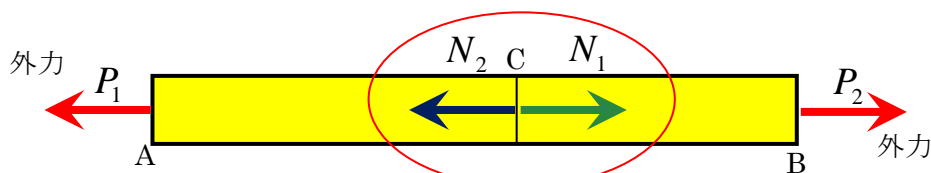
が成り立つ。

以上のことからわかるように、図 1b における実線ならびに点線で示されるすべての力は、それぞれいずれかの物体に作用する**外力**と呼ぶことができる。また、これらの力の正負は座標の正負の向きに合わせて定義することができる。例えば、図のように棒の長手方向右向きを座標の正方向とすれば、 R_{A1} は負の方向であることから負の外力、 R_{A2} はこれと向きが逆であり、正の外力となる。

これに対して、 R_{A1} 、 R_{A2} あるいは P 、 P' のような‘**同じ場所において向きが逆となる一対の力**’である作用・反作用の力をまとめて一つの力にとらえ、これを**内力**と呼ぶ。こ

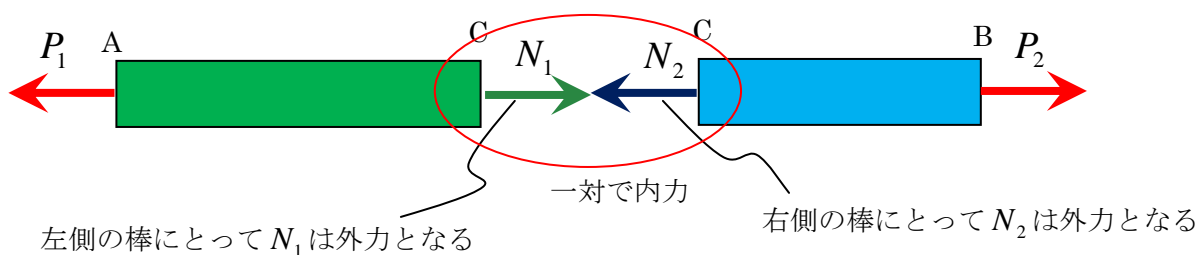
のように 2 つの力をまとめて定義する内力は**外力**と同じように、座標の正の方向を向いている場合を正とするというような正負の定義はできず、後に述べるような別の表現法が必要となる。**材料力学ではこの内力をもとにして物体の応力やひずみ、あるいは強度や変形を扱うのである。**

図 1 においては、棒と支点（あるいはそれに続く壁や床）という、明らかに異なる物体間に作用する力の場合を例に、作用・反作用の法則を説明した。内力の話もこのような支点という特殊な場所において説明したため、理解しづらい点もあるかもしれないが、棒や支点あるいは引っ張っている手などすべてを含む全体を一つの物体と考えれば図 1 に示した一対の力も物体の内部に生じている力、内力であるということを理解できるであろう。

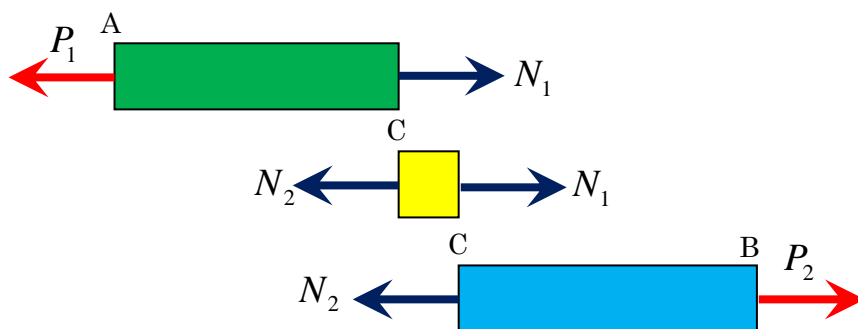


N_1 と N_2 の一対で内力、矢印の向きで内力の正負は決められない。

(a) P_1 、 P_2 はつり合いの力であり、 N_1 と N_2 は作用・反作用の力である。



(b) P_1 と N_1 あるいは P_2 と N_2 はそれぞれつり合いの力であり、作用・反作用の力ではない。



(c) 青色の矢印で示した力によって黄色の部分の棒は伸びる。赤色の矢印の外力は直接には棒の伸びに関与しない。この問題では黄色の部分は AB のどの場所においても同じ力を受ける。内力の正負は内力の作用方向が仮想面に対してどうなっているかで決める。図の場合 $N_1 = N_2$ は正の内力である。

図 2

次に、目で見て明らかに異なる物体とは言えない 2 つの物体間における作用・反作用の法則を説明しよう。材料力学において重要となるのはこのような場合における**内力**である。

図 2 はそのための説明図である。図 2a は図 1a の棒だけを取り出し、棒に作用している外力を赤色で示してある。これらの外力によって棒は**つり合い状態**を保ち、静止している。この場合、 P_1 と P_2 は大きさが等しく向きが逆であるつり合いの力の状態にある。すなわち、慣性の法則に言う、力が作用していない状態にこの棒はある。しかしながら棒の内部には図 2a に示すように、 N_1 、 N_2 の内力が存在するのである。図 2b はこのことを説明するための図であり、棒 AB の A から任意のところ C において棒を仮に 2 つに分離して示したものである。

すなわち、目で見て明確に異なる物体とは見えない一本の棒 AB を 2 分割した場合である。このような図の描き方は、図 1 において、支点と棒を A 点において分離して示した図 1b と本質的に変わりはなく、C において、右側の棒が左側の棒に及ぼす力を N_1 とすれば反作用として右側の棒は左側の棒から N_2 の力を受けることになり、 N_1 と N_2 は大きさが等しく向きが逆の**作用・反作用の力**となっている。

このように、物体内部においても支点 A で考えたときと同様に作用・反作用の法則が成り立ち、 N_1 と N_2 は作用・反作用の力である。この**作用・反作用の力**を**内力**と呼ぶ。**内力**とは**外力**に応じて、このように物体内に生ずる力のことであり、物体内部のある場所で大きさが等しく向きが逆の**作用・反作用の力**として存在する。この内力の単位面積当たりの量が**応力**である。応力の高低並びに個々の物体の性質に応じて物体は変形し、その単位量当たりの変形量を**ひずみ**と呼ぶ。このように、**材料力学はニュートンの第 3 法則**そのものを扱っていると言ってよいのである。

図 2a~c は、改めて外力、内力、作用・反作用の力、つり合いの力などについて説明するとともに、物体の変形と内力の関係を説明した図であるが、以下にその要点を示す。

① 図 2a において、 P_1 と P_2 は棒に作用する**外力**である。棒はつり合い状態にあり静止している。この場合、 P_1 と P_2 は大きさが等しく向きが逆の**つり合いの力**となる。

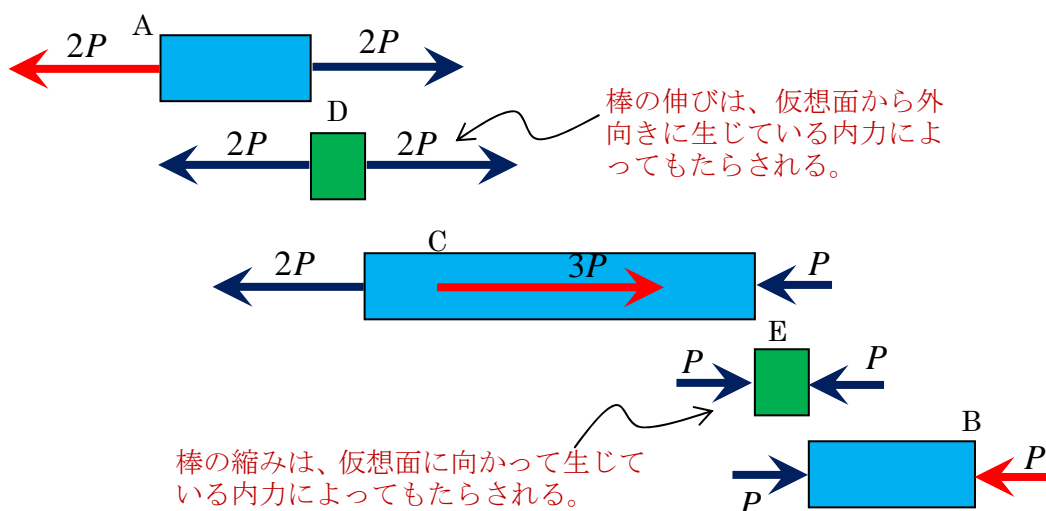
② 外力の作用により、棒の任意の仮想断面には内力が生ずる。内力は作用・反作用の力であり、大きさが等しく向きが逆である。すなわち、図 2a,b の N_1 と N_2 は大きさが等しく向きが逆の**作用・反作用の力**となる。これらを総合して**内力**と呼ぶ。単独で考えた場合には N_1 、 N_2 は図 2b のように外力とみなすこともできる。

③ 図 2c はさらに仮想的に棒を 3 つに分離した図である。分離した中央の黄色の部分には両側から引っ張られている状態となる。このように、内力によって棒は変形するのであり、変形に対して外力は間接的な働きをしていることも分かる。

図 3 は物体の変形に外力は直接には関与せず、内力が直接関与することをより明確に示す例である。図 3a は棒の左端 A には赤色で示した左向きの外力 $2P$ 、右端 B にも左向きの外力 P が作用しており、棒の途中 C には右向きの外力 $3P$ が作用している。棒に作用している力は、左向き、右向きともに $3P$ であり、棒はこれら 3 つの力によりつり合い状態にある。



(a) 赤色で示した 3 つの外力が棒に作用している。



(b) 棒の伸縮量は、青色で示した矢印の力、すなわち棒の内部に生じている内力の大きさに依存し、赤色で示した力、すなわち外力は直接には関与しない。

図 3

この棒を図 2 の場合と同様に仮想的に AC 間の任意の場所 D、CB 間の任意の場所 E において、微小な長さの部分で切り離し、5 つの物体として示したものが図 3b である。図からわかるように、棒の緑色で示した部分の伸縮は青色矢印で示したその場所の内力に依存しており、外力は直接関与しているわけではないことが分かるであろう。また、AC 間では内力は微小部分の仮想面から外向きになっており、正の内力とする。この場合、棒は伸びる。一方、CB 間では内力は仮想面に向かっており、負の内力とする。この場合、棒は縮むことになる。なお、**内力はその場所の片側にある外力とだけ対応し、両側の外力には対応していない**ことも分かるであろう。

内力と外力の違いとその役割が理解できたであろうか。この違いを認識できるか否かが材料力学の初歩を正しく理解できるか否かを左右するのである。