

第 13 話 曲げ応力の分布図を描けますか

2007 年 12 月 20 日 作成

萩原芳彦

はりの曲げ応力に関する基礎事項の説明を行った後、例えば図 1b のような断面形状が三角形である図 1a の単純支持ばりに外力 P が作用しているときのはりの A、B、C 各断面における曲げ応力の分布図を描かせると、様々な回答が返ってくる。材料力学の基礎を築いたのはガリレオ(Galileo Galilei(1564~1642))であるが、初等材料力学の基本が完成するにはそれから 200 年程を要した。理解することの大変さはわかるが、なかなか授業で説明しても心底納得してくれるまでには時間がかかるものである。以下に誤答例を交えて直線ばりの応力分布の話しよう。

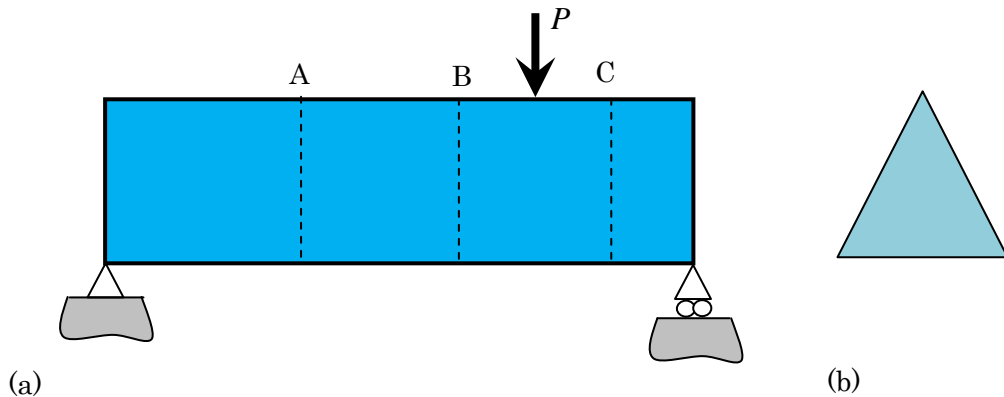


図 1

図 2 に示すような市販のゴムの棒の表面に図 3(a) に示すように碁盤の目状に直線を描く。よく見かける市販のゴムの棒は黒色であり、ゴムを変形させても剥げ落ちないように黒いゴムの表面に目ではっきり見える線を描くのは大変である。ここに示したものはチョークの粉で表面に色をつけ、ボールペンで描いたものであり、あまり見栄えはよくないが、はりの曲げの状態を示すには問題はないであろう。

この棒を曲げると、図 3a のように描かれていた縦横の直線は図 3b のようになる。すなわち、ゴムの長手方向 (図の左右方向) に描かれた直線 AB はゴムの変形にあわせて円弧状の曲線となるが、縦の直線 CD は隣の線との間隔が場所によって異なるものの直線のままの状態である。このことは、はりの曲げ応力の公式を求めるときに仮定した、3つの仮定のひとつである、‘はりの横断面は変形後も平面を保つ’、という仮定 (よくわかる材料力学、59 ページ参照) が正しいことを示している。

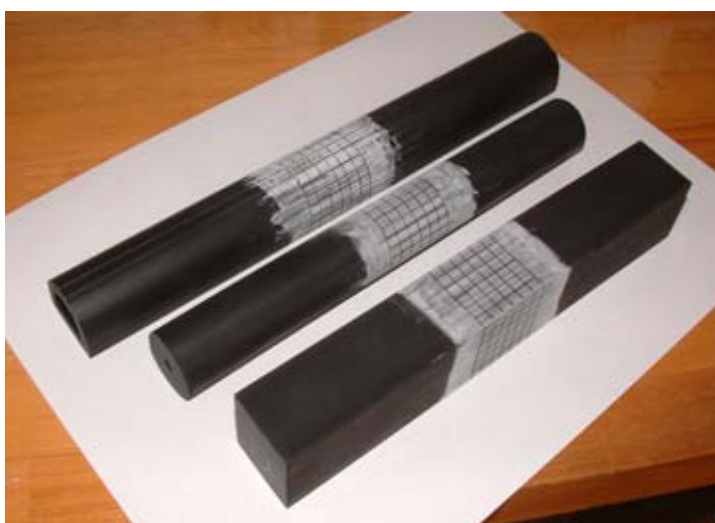
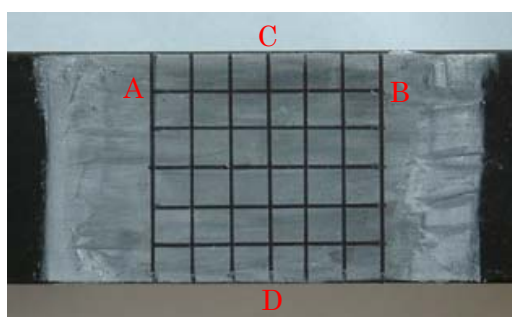
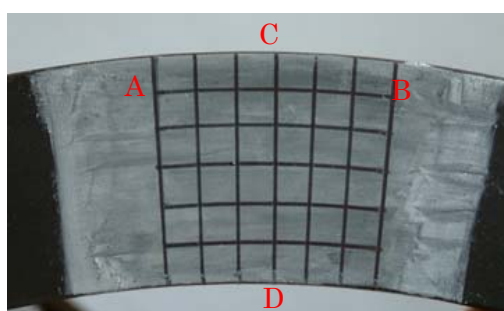


図 2 市販のゴムの棒



(a)

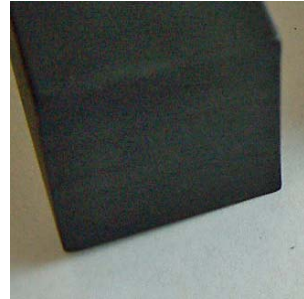
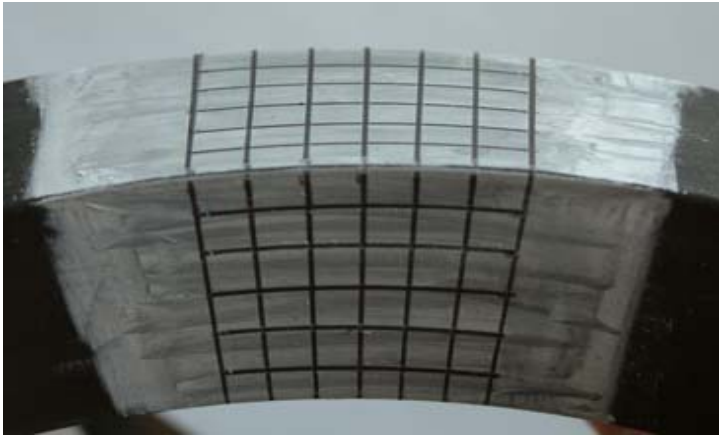


(b)

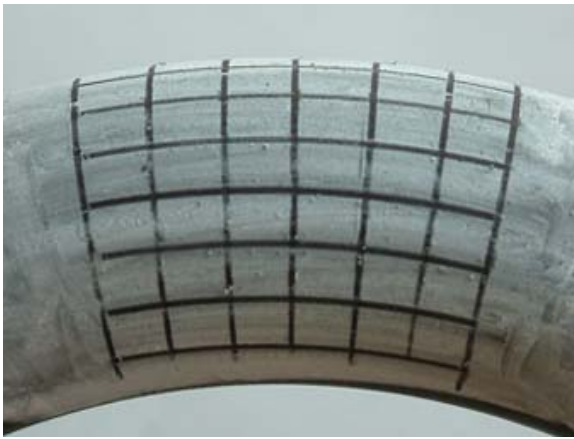
図 3 正方形断面を有するゴムの棒に升目を描き、ゴムの棒を曲げた場合

また、よく観ると、正方形の升目は、上部 C 近傍にある場合には幅が広がり、下部 D 近傍にある場合には幅が狭くなっており、中央に伸びも縮みもしないところがあることもわかる。さらに、はりの高さ (CD の長さ) は変化していないこともわかるであろう。

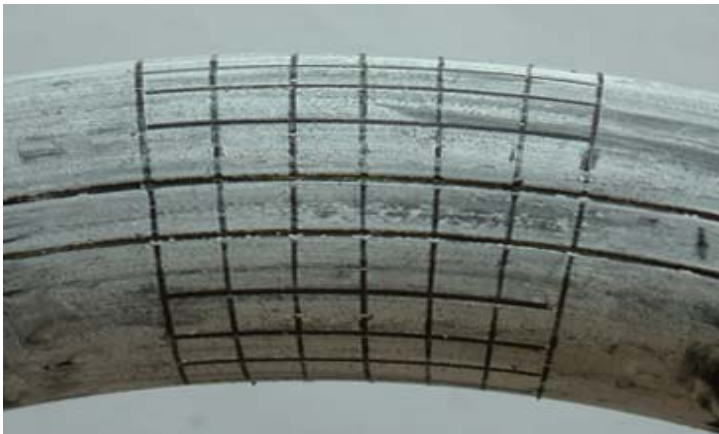
図のような状況は同じ角棒の頂点が上 (引張り側) に来るようにして曲げた図 4a の場合にも同じであり、また図 4b,c のように円形や蒲鋒型の断面の棒の場合でも同じになることがわかる。このように、直線ばり (まっすぐなはり) を曲げた場合の曲げ応力の分布は、はりの断面形状に関係なく、中立軸からの距離に比例する、直線分布となることを目で確認することが出来る。なお、はりが最初から曲がっている場合の応力分布は別の機会に離すことにしよう。



(a) 正方形断面のゴムの棒



(b) 円形断面のゴムの棒



(c) かまぼこ状の中空断面のゴムの棒

図4 種々断面形状のゴム棒の曲げ

また、集中力が作用した場合の単純支持ばりの曲げモーメントの分布は図 5(a)のように、力の作用点で最大値をとり、直線分布となることを思い出せば、図 1 の場合の A、B、C における応力分布の大小関係は図 5(b)のようになることが理解できるであろう。

しかしながら、初学者に式の誘導方法を説明した後で描かせてみると、正解するものも多いが、図 6 のように様々な答えが返ってくる。三角形断面の頂点①部は幅が狭まるため応力は高くなるのではないかと考えたり、その影響か、応力分布も曲線となると考えたりするのである。

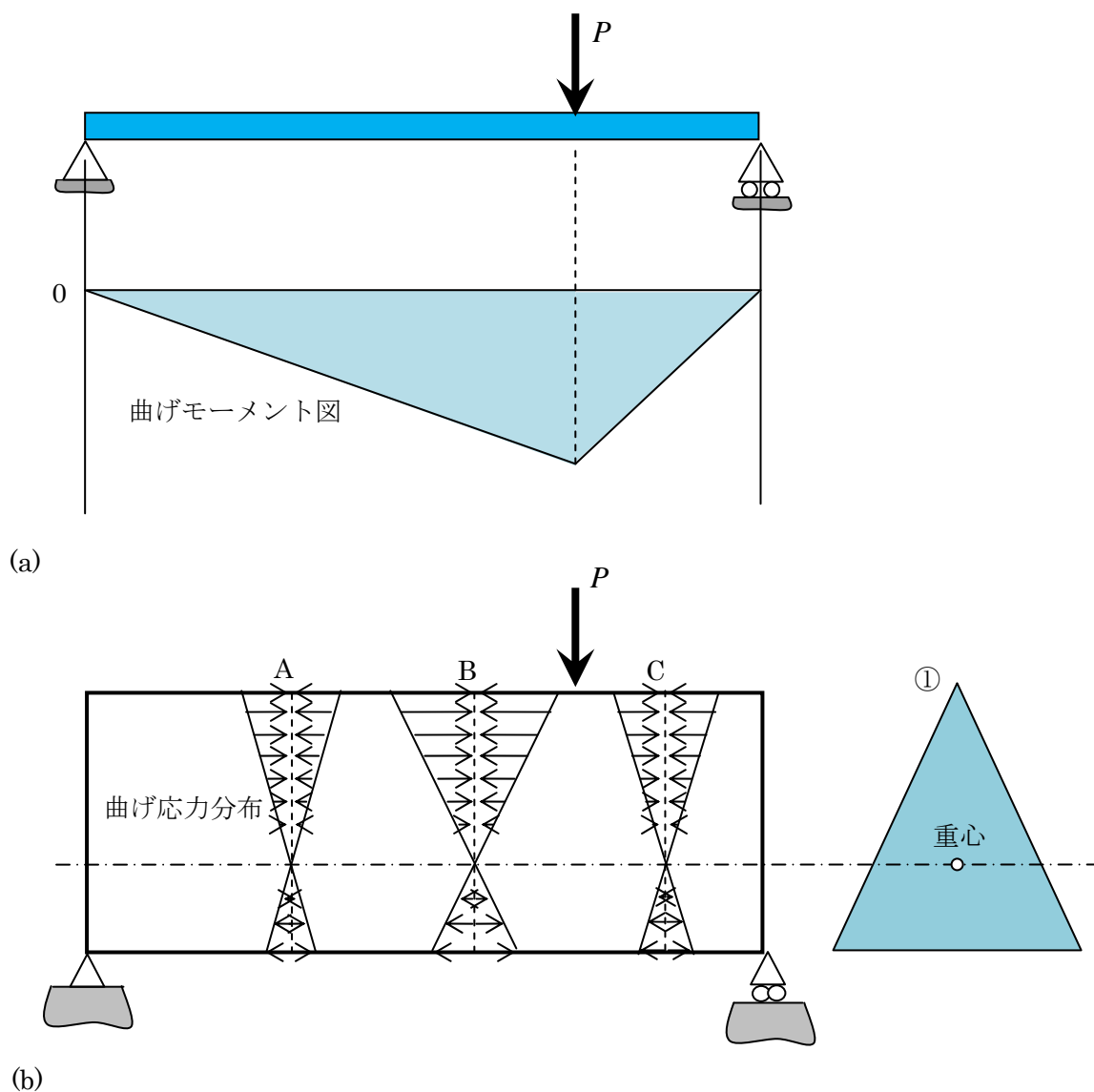
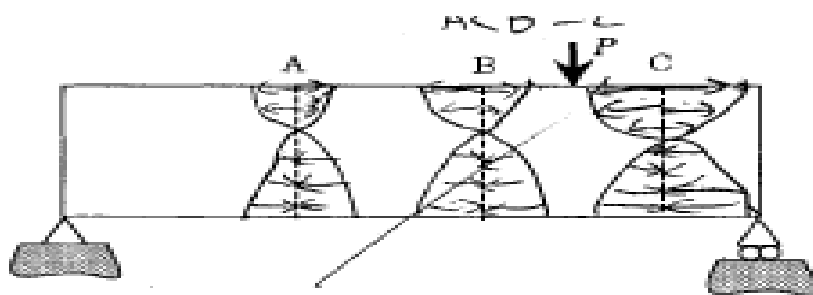
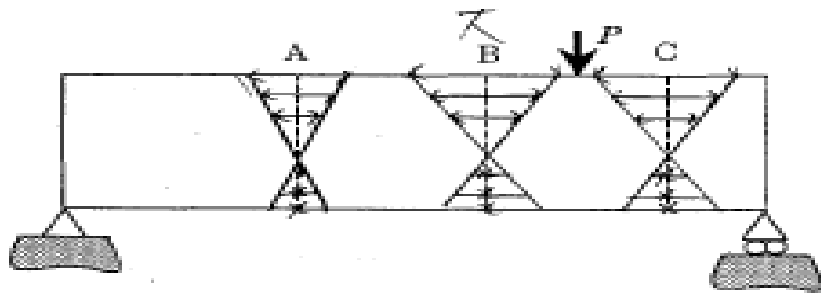
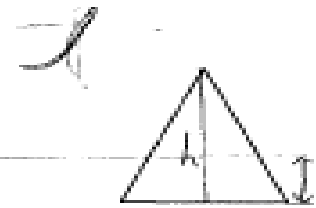
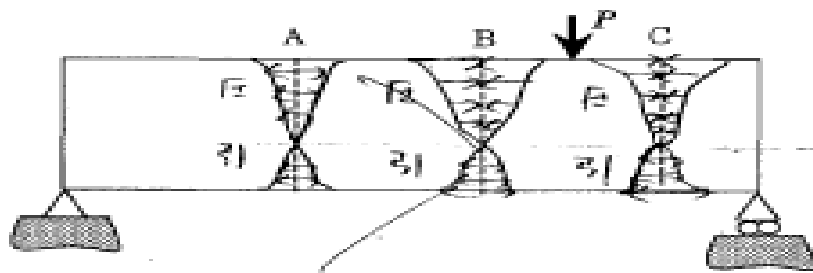
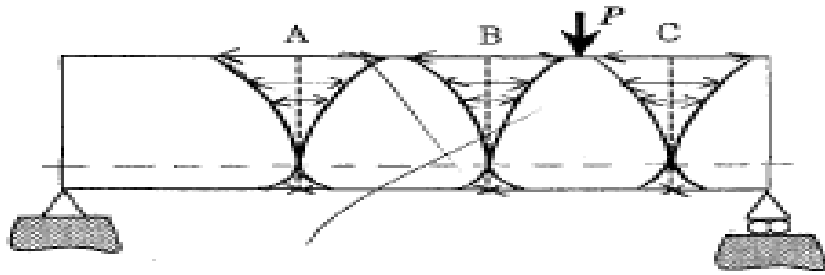
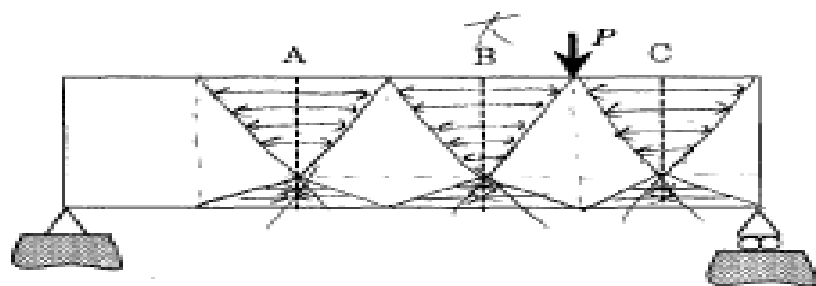
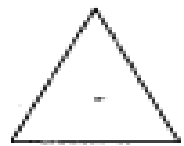
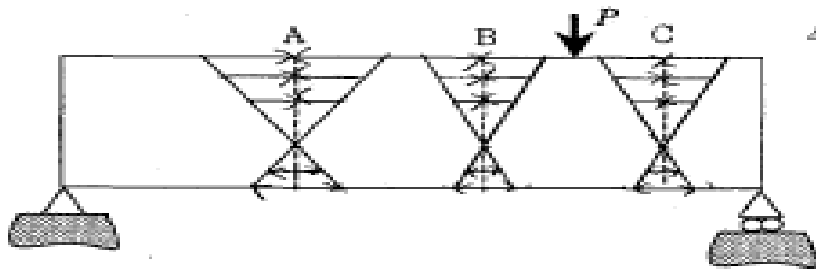
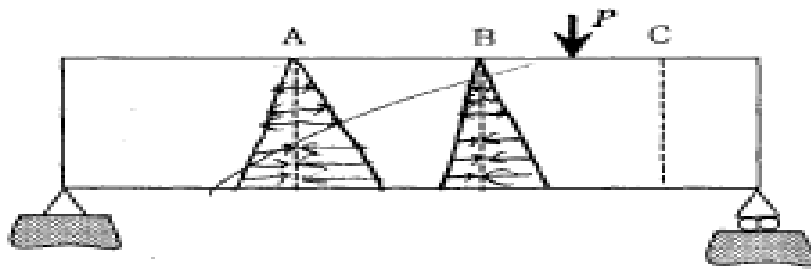
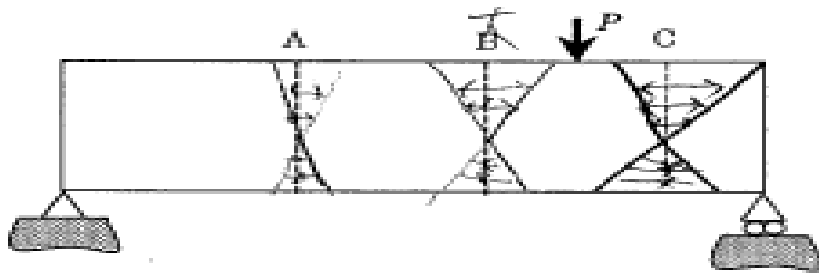


図 5 はりの曲げ応力分布





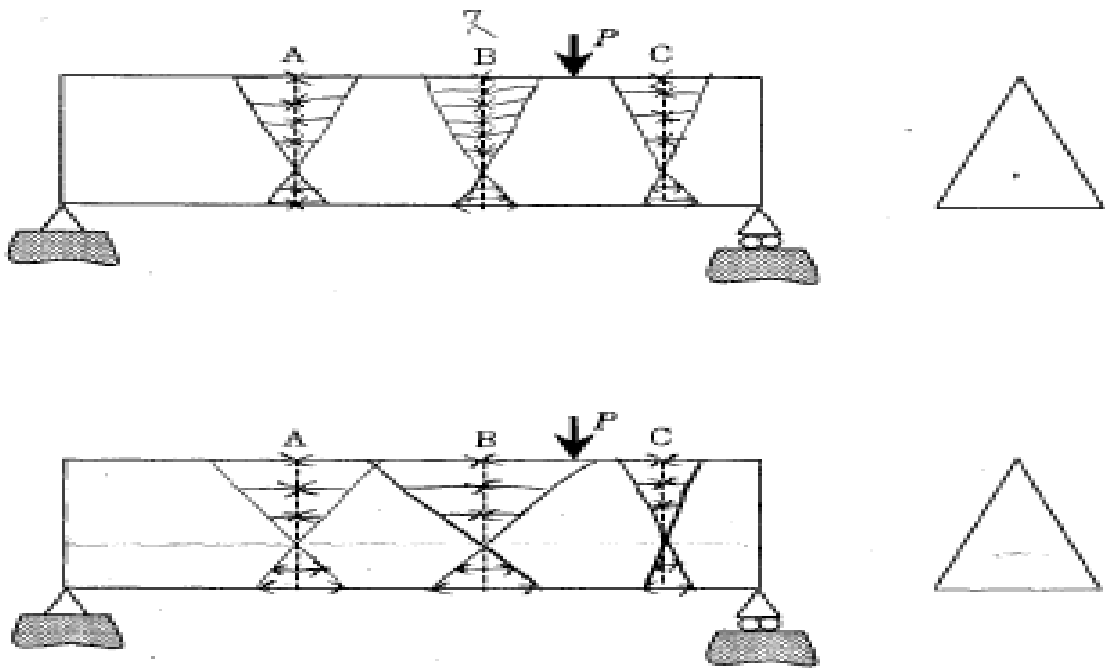


図 6 直線ばりの曲げ応力分布、回答例

ガリレオがはりの曲げ応力状態についての提案をしてから 200 年くらいの中に提案された様々な応力分布の変遷を考えると、このような回答が出てくるのもやむをえない気もするが、教える側としては悩むところでもある。また、はりの曲げ応力はこの場合、見た目からもわかるように、下側が引張応力であり、上側が圧縮応力となるが、逆に描く学生が多いのも問題である。教科書の中（紙と鉛筆の世界）と現実の世界とを結びつけることの大切さ、実体験の大切さも改めて強く感ずるのである。